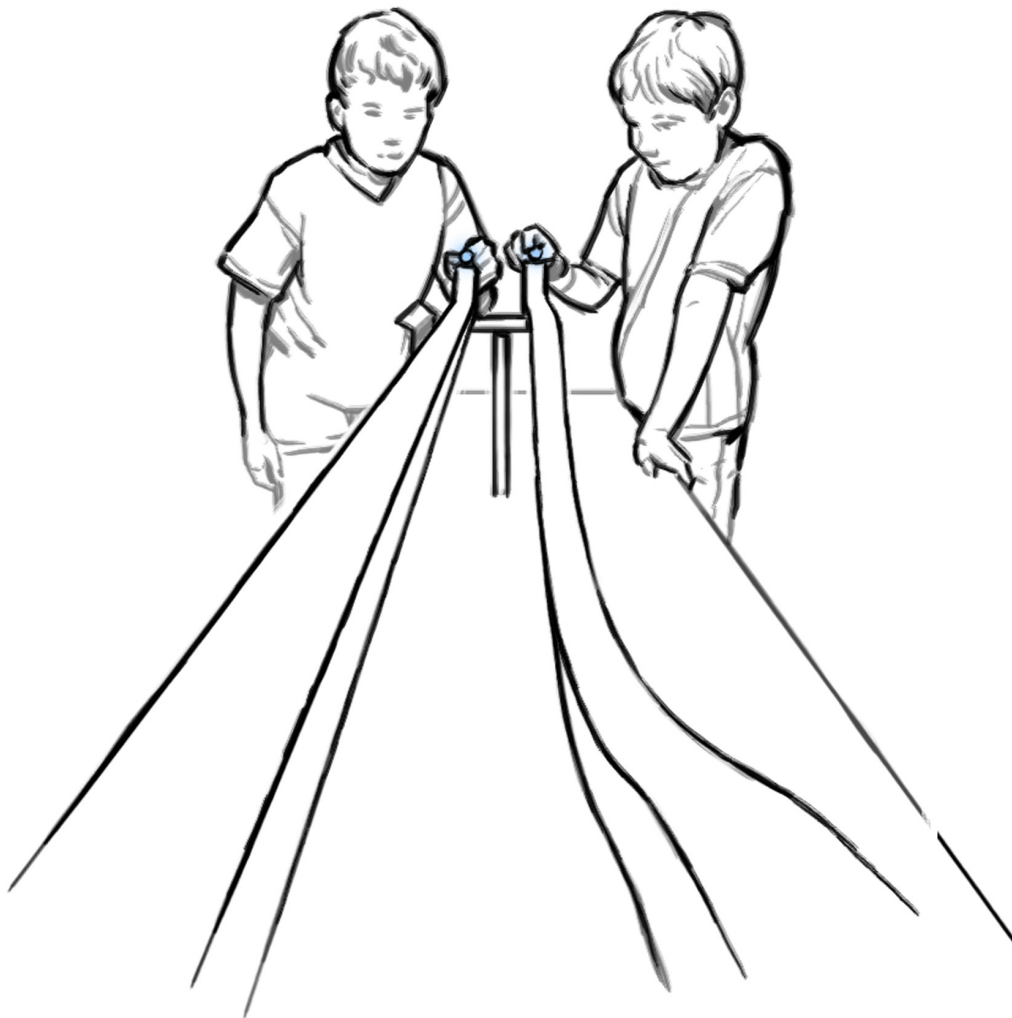


Kugelwettlauf

oder die Brachistochrone

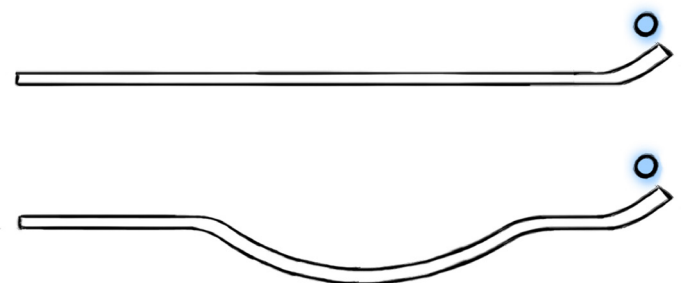


Welcher Weg zwischen zwei Punkten am wenigsten Zeit benötigt, hat schon vor 300 Jahren die besten Mathematiker ihrer Zeit beschäftigt.



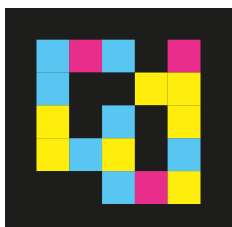
Was tun und beachten:

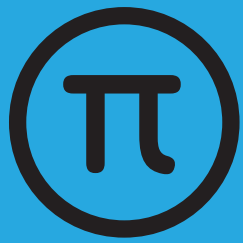
- Starte auf beiden Bahnen gleichzeitig je eine Kugel.
- Welche Kugel ist zuerst am Ziel?
- Wie musst Du die Kugeln loslassen, damit beide gleichzeitig am Ziel ankommen?



Wer mehr wissen möchte:

lies den Zusatztext



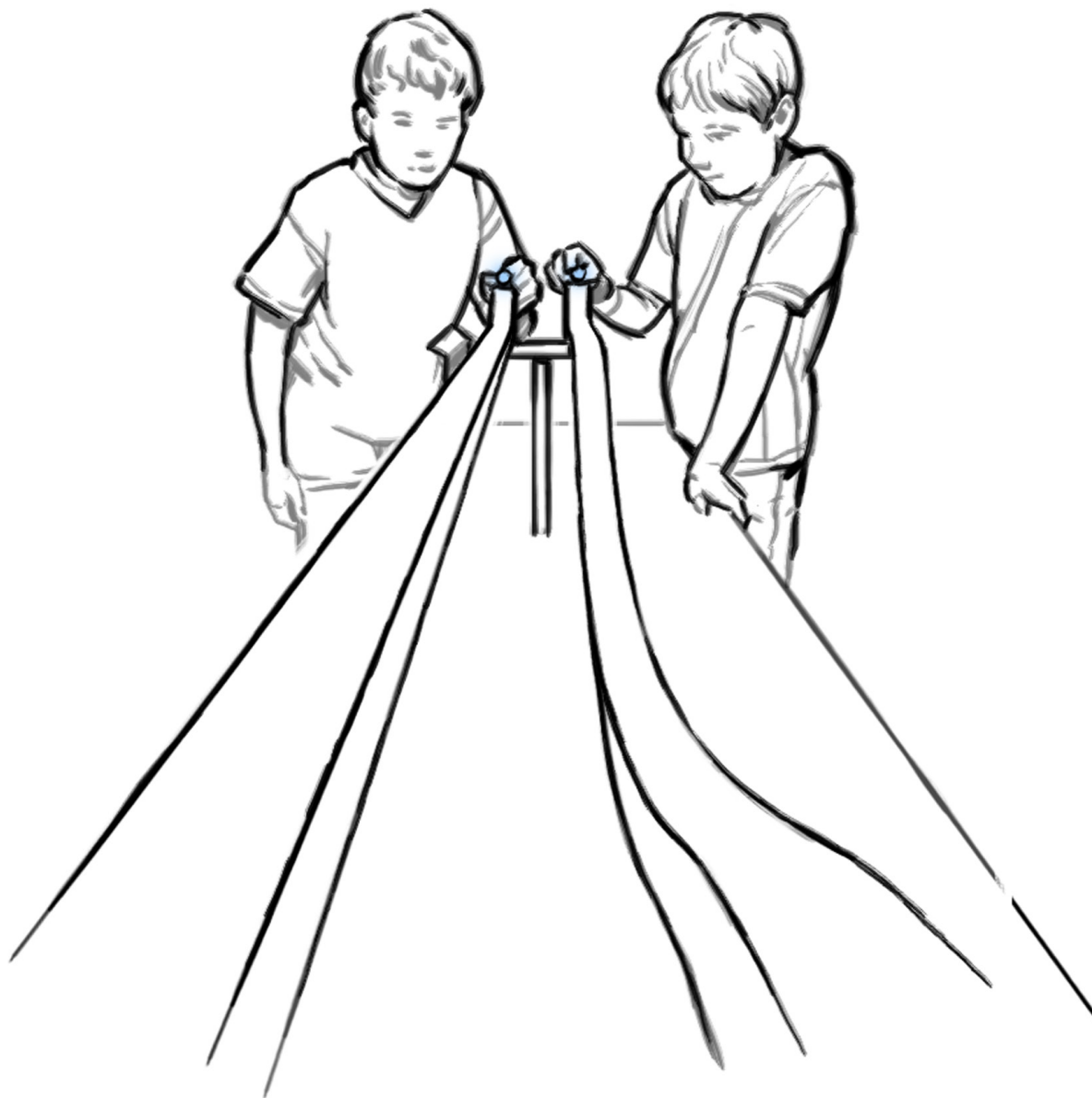


Kugelwettlauf

oder die Brachistochrone

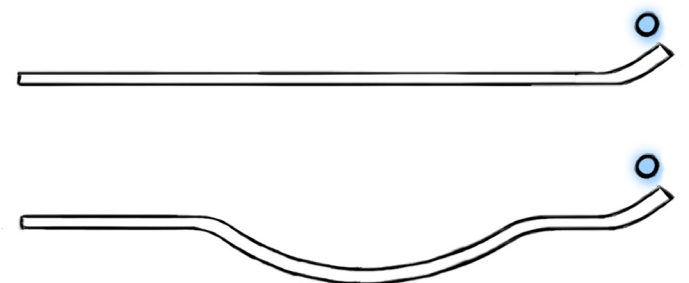


Welcher Weg zwischen zwei Punkten am wenigsten Zeit benötigt, hat schon vor 300 Jahren die besten Mathematiker ihrer Zeit beschäftigt.



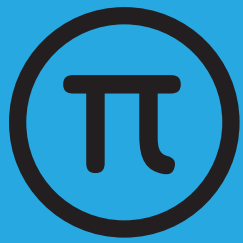
Was tun und beachten:

- Starte auf beiden Bahnen gleichzeitig je eine Kugel.
- Welche Kugel ist zuerst am Ziel?
- Wie musst Du die Kugeln loslassen, damit beide gleichzeitig am Ziel ankommen?



Wer mehr wissen möchte:





Kugelwettlauf oder die Brachistochrone



Wer mehr wissen möchte

Ist es nicht überraschend, dass diejenige Kugel schneller am Ziel ist, welche den weiteren Weg zurücklegt?

Auf der geraden Bahn läuft die Kugel nach der Beschleunigungsphase praktisch mit gleich bleibender Geschwindigkeit. Auf der anderen Bahn wird sie durch die «Einbuchtung» zunächst bergab beschleunigt und bergauf dann wieder nahezu auf die Geschwindigkeit der Kugel auf der geraden Bahn abgebremst. Die Einbuchtung verleiht der Kugel eine höhere durchschnittliche Geschwindigkeit - sie ist als erste im Ziel.

Ohne Reibung würde die Kugel gleich schnell aus der Mulde austreten, wie sie hinein gerollt ist. Da die Reibungsverluste in der Mulde etwas grösser sind als auf der geraden Bahn kann die Kugel bei sehr kleinem Tempo in der Mulde „hängen bleiben“. Zum Reibungsausgleich sind beide Bahnen leicht geneigt.

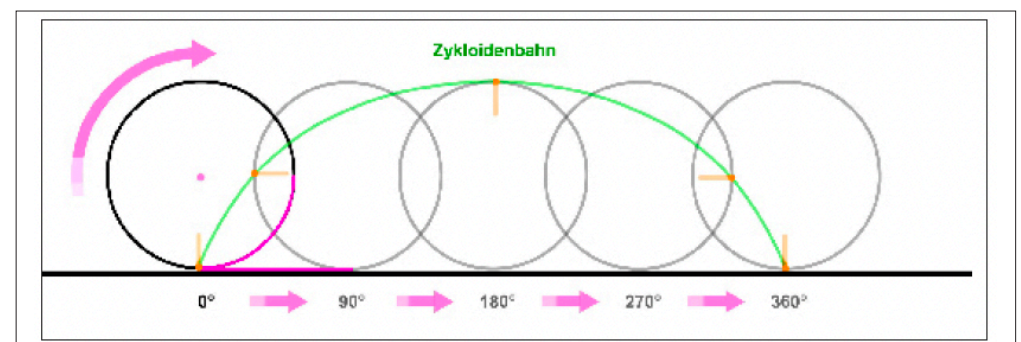
Auch bei der Form dieser «Einbuchtung» handelt es sich wieder um eine Zykloide - wie bei den anderen Exponaten zur Brachistochrone.

Das Problem, bei welcher Bahnform die Kugel am schnellsten ihr Ziel erreicht, wurde von Johann Bernoulli im Jahre 1696 als mathematische Aufgabe veröffentlicht. Er gab dem Rätsel den Titel „Brachistochrone“ (vom griechischen „Brachistos“

= „kurz“ und „chronos“ = „Zeit“). Die besten Mathematiker seiner Zeit, darunter auch sein mit ihm verfeindeter Bruder Jakob Bernoulli fanden auf verschiedensten Wegen die Lösung: Die Kugel bewegt sich dann am schnellsten, wenn sie entlang einer Rollkurve, genauer: entlang einer sogenannten „Zykloide“ läuft (vom griechischen „kyklos“ = „Kreis“).

Die Form der Zykloide erhält man, wenn man die Bahn eines Punktes auf einem Kreis verfolgt, wenn dieser Kreis entlang einer Geraden abrollt.

Erst später konnte Leonard Euler einen Beweis für die Lösung des Brachistochronenproblems liefern, man sieht dies heute oft als die Geburtsstunde der Variationsrechnung.

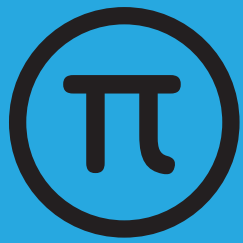


Zykloiden entstehen beim Rollen eines Kreises entlang einer Geraden. In der Figur ist der Kreis entlang der schwarzen Linie gerollt und die orangefarbene Markierung hat sich entlang der grünen Kurve (Zykloidenbahn) bewegt.

Beachte auch die Exponate: „Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste“ und „Gleiche Laufzeit“

Was tun und beachten:



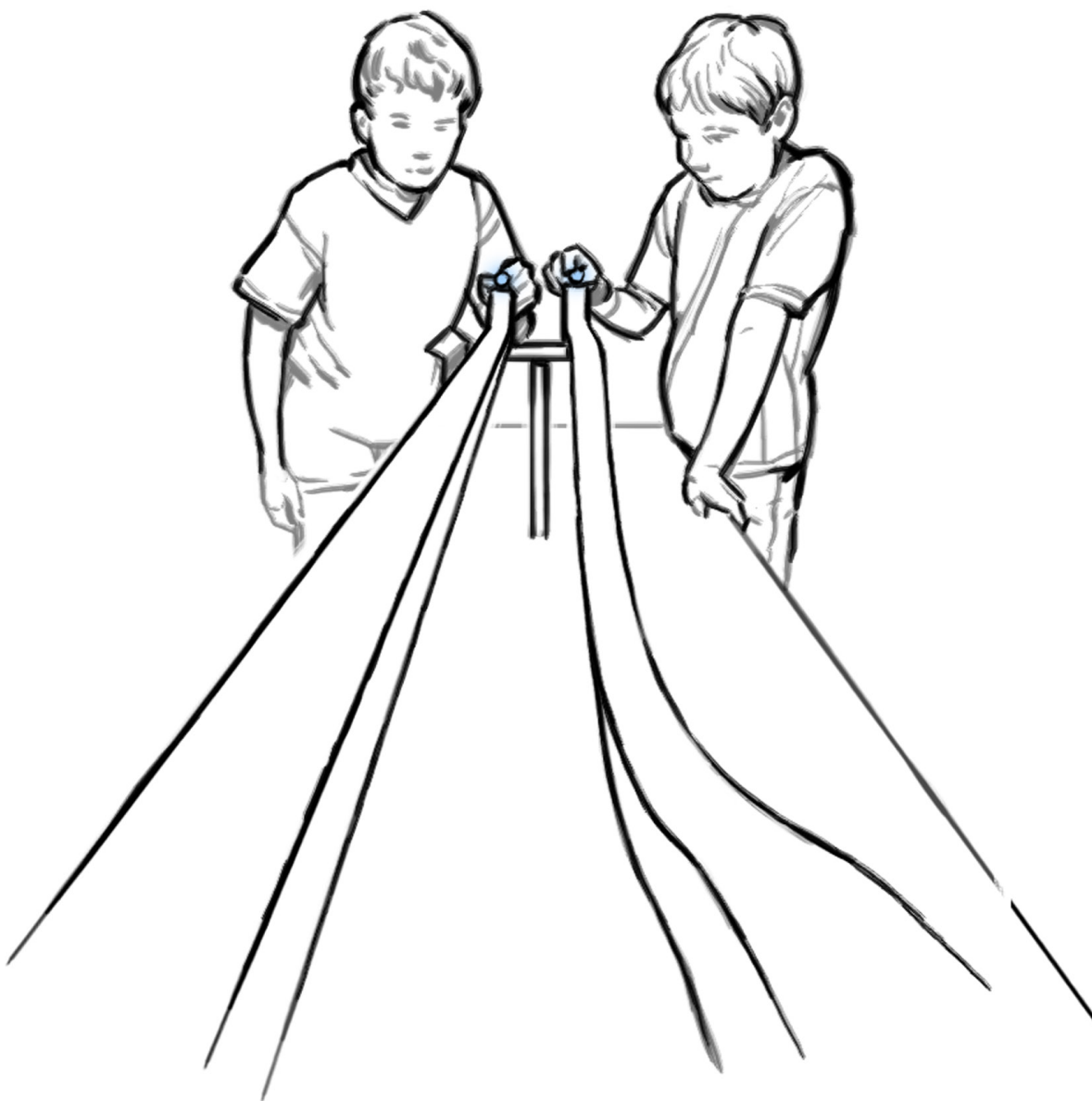


Ball Race

or the Brachistochrone

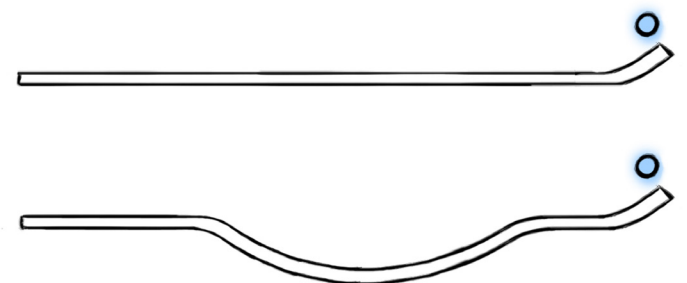


Which path takes the shortest time between two points was a problem attacked and solved by the best mathematicians of their time 300 years ago.



To do and notice:

- Start a ball on each track at the same time.
- Which ball is first at the end?
- What do you have to do so that both balls arrive at the end at the same time?



Want to know more?





Ball Race

or the Brachistochrone



Want to know more?

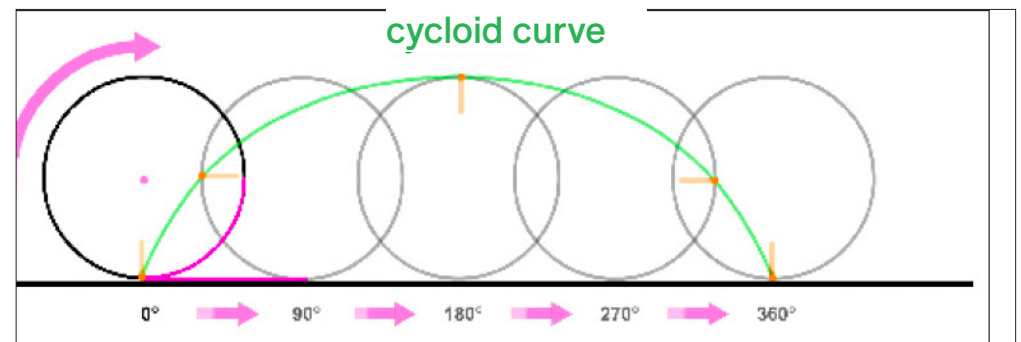
Isn't it surprising that the ball on the longest track is the one that reaches the end first? After the acceleration phase, the ball runs at practically the same constant speed as the one on the straight track.

On the other track, the ball is through the trough where it first accelerates downhill and then slows uphill to almost the same speed as the ball on the straight track. The trough gives the ball the higher average speed so it is first to finish.

Without friction, the ball would come out of the trough just as fast as it rolled into it. Because the frictional losses are slightly larger in the hollow than on the straight track the ball could «get stuck» in the trough if it were at a very slow speed. Both tracks are slightly inclined to compensate for friction. The shape of this «indentation» is again a cycloid just like the other exhibits for Brachistochrones.

The problem of which shape of path for the ball to reach its destination the fastest was published by Johann Bernoulli as a maths problem in 1696. He gave the puzzle the title «Brachistochrone» (from the Greek «Brachistos» = «short» and «chronos» = «time»).

The best mathematicians of his time, including his alienated brother, Jakob Bernoulli, found the solution in various ways: the ball moves fastest when it runs along a rolling curve, more precisely: along a so-called «cycloid» (from the Greek «Kyklos» = «circle»). The shape of the cycloid is obtained by looking at the path of a point on a wheel which is traced out when the wheel rolls along a straight line. Only later was Leonard Euler able to provide conclusive proof the brachistochrone problem, and his method is often seen today as the birth of the calculus of variations.



Cycloids are created when a circle is rolled along a straight line. In the figure, the circle rolls along the black line and the orange marking moves along the green curve (the cycloid path).

Also note the exhibits: „Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste“ (Shortest distance is not always the quickest) and „Gleiche Laufzeit“ (Same Run-Time)

To do and notice:



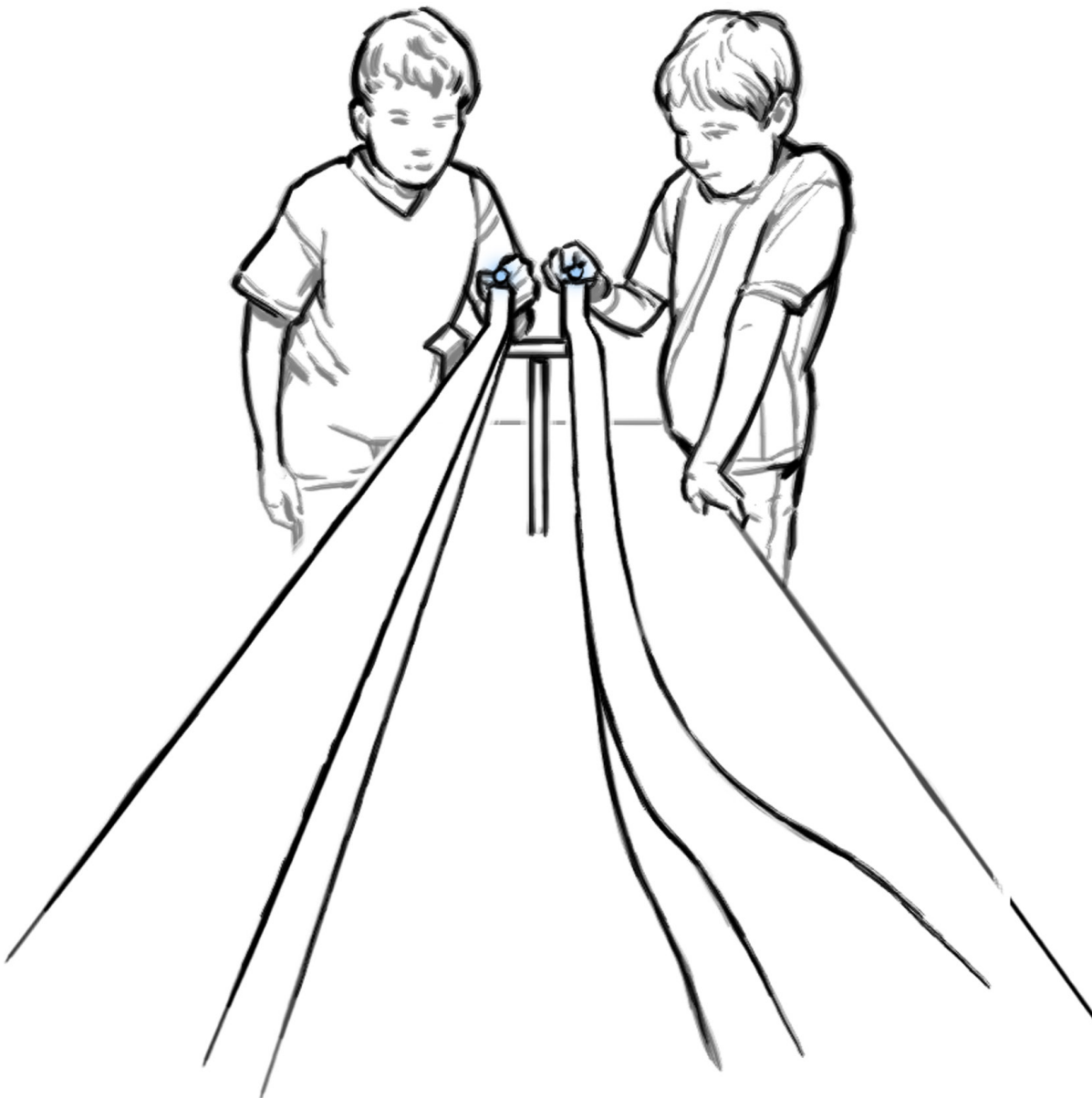


Course de boules

ou les Brachistochrones

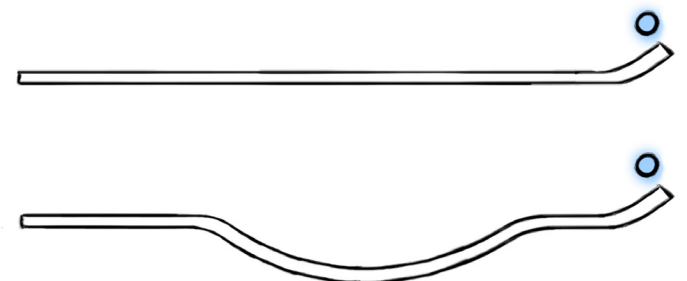


Quel est le chemin le plus rapide entre deux points ? Les meilleurs mathématiciens se penchaient sur ce problème il y a 300 ans.



A vous de jouer:

- Lâchez une boule en même temps au départ de chaque piste.
- Laquelle des deux boules arrive en premier à l'arrivée ?
- Comment faut-il lâcher les deux boules pour qu'elles arrivent en même temps à l'autre extrémité ?



Pour en savoir plus:





Course de boules ou les Brachistochrones



Pour en savoir plus

N'est-il pas surprenant que la boule qui parcourt le plus long chemin arrive en premier?

Sur la piste rectiligne, la boule se déplace à une vitesse quasi constante après la phase d'accélération. Par contre, sur l'autre piste, elle accélère dans la descente de la courbe, pour ralentir dans la montée, et atteindre pratiquement la même vitesse que l'autre boule. La partie concave confère à la boule une vitesse moyenne supérieure, c'est elle qui arrive en premier.

S'il n'y avait pas de frottement, la boule sortirait du creux aussi vite qu'elle y est entrée. Mais comme les pertes par frottement dans le creux sont légèrement supérieures à celles de la piste rectiligne, la boule pourrait y rester coincée à faible vitesse. Les deux pistes sont donc légèrement inclinées pour compenser ces pertes.

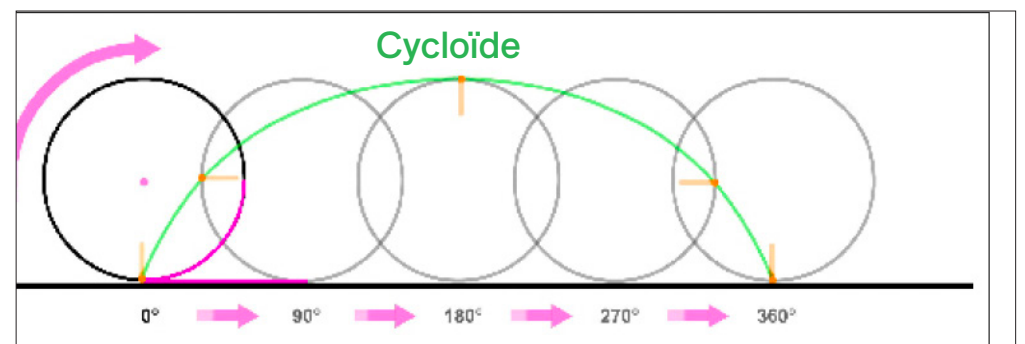
Cette forme de «creux» est encore une cycloïde, comme dans les autres expériences portant sur les brachistochrones.

Ce problème a été publié en 1696 par Jean Bernoulli, mathématicien bâlois : Quelle forme de piste permet à la boule d'atteindre le but le plus rapidement ? Il a appelé cette énigme «Brachistochrone» (du grec «Brachistos» = «rapide» et «chro-

nos» = temps). Les meilleurs mathématiciens de l'époque, parmi lesquels son frère ennemi Jacques Bernoulli, ont trouvé la solution grâce à des raisonnements très différents : la boule se déplace le plus rapidement quand elle descend sur une piste incurvée, plus précisément une cycloïde (du grec «kyklos» = cercle).

La cycloïde est définie comme la courbe plane décrite par un point fixe d'un cercle qui roule sans glisser sur une droite.

Ce n'est que plus tard que Leonard Euler a pu établir une preuve de cette solution du problème du Brachistochrone. Cette étape est considérée aujourd'hui comme la découverte du calcul des variations.

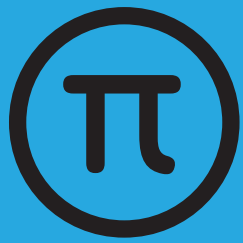


La cycloïde est produite par le déplacement d'un cercle qui roule sans glisser sur une droite. Ici, le cercle se déplace sur la ligne noire, et le point orange décrit la courbe verte, qui correspond à la cycloïde.

A voir également les expériences : «Le chemin le plus court n'est pas toujours le plus rapide» («Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste») et «Le même temps de parcours» («Gleiche Laufzeit»)

A vous de jouer:



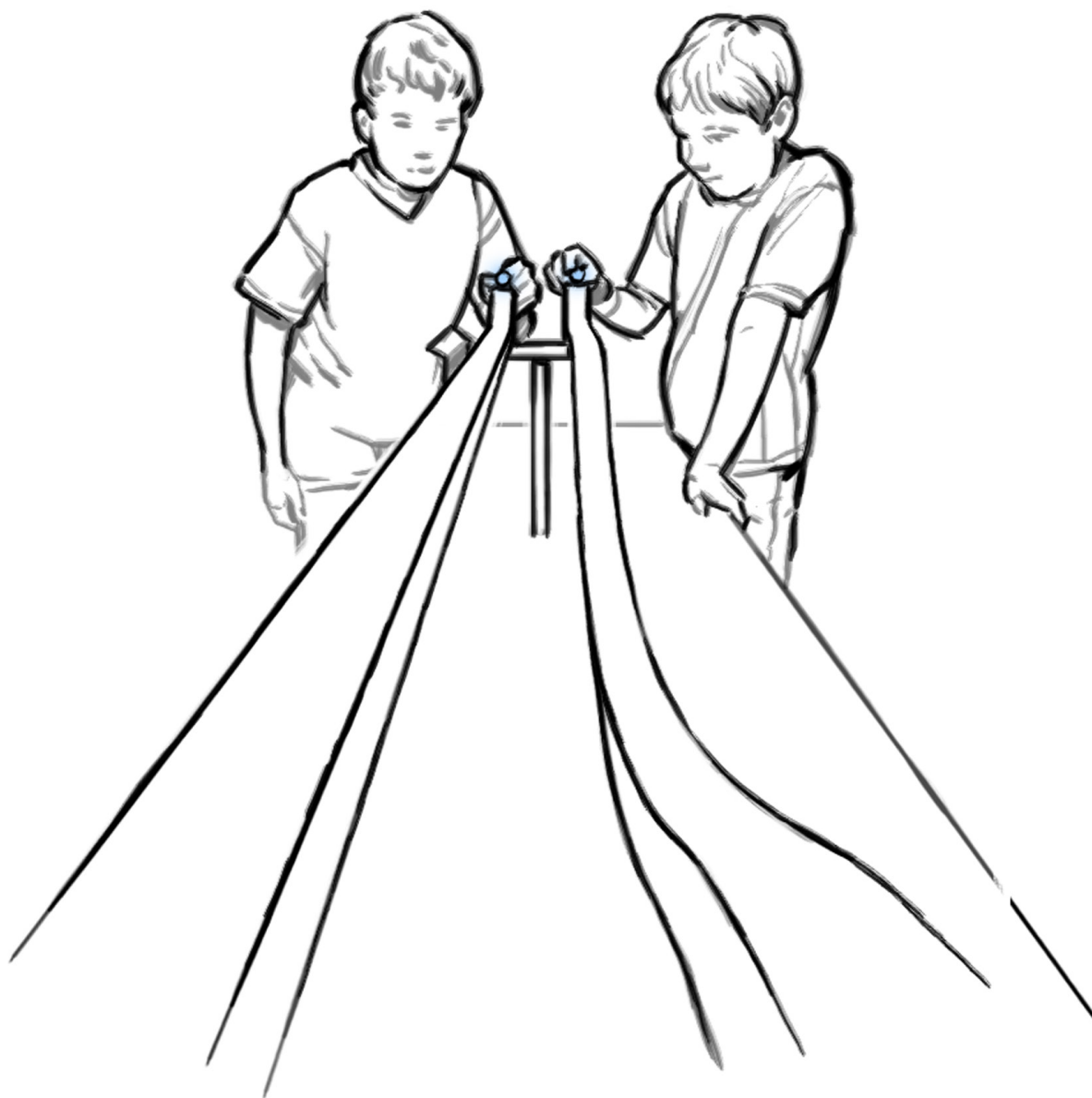


Gara delle biglie

ovvero la brachistocrona

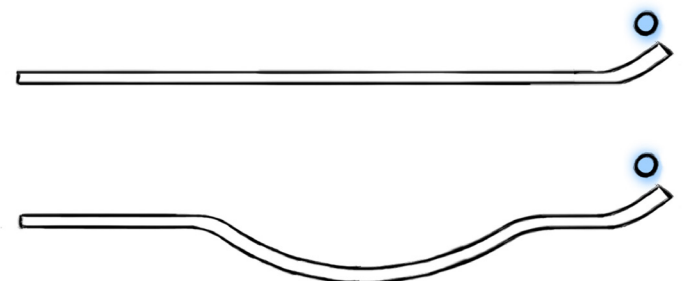


La domanda di quale sia il percorso tra due punti che richiede il minor tempo ha impegnato i migliori matematici dell'epoca già 300 anni fa.



Che cosa fare:

- Fate partire simultaneamente le biglie: una biglia su ciascuna delle piste.
- Quale biglia raggiunge per prima il traguardo?
- Come dovete fare partire le biglie affinché arrivino contemporaneamente al traguardo?



Vuole saperne di più?





Gara delle biglie

ovvero la brachistocrona



Vuole saperne di più?

Non è stupefacente che sia proprio la biglia che percorre più strada ad arrivare per prima al traguardo?

Sulla pista rettilinea la biglia, dopo un'accelerazione iniziale, prosegue con velocità pressoché costante. Sull'altra pista, viene dapprima accelerata dall'"avvallamento" nella sua parte in discesa e poi nuovamente rallentata raggiungendo così la velocità dell'altra biglia. La cunetta conferisce così alla biglia una velocità media più elevata ed essa arriva per prima al traguardo.

Se non ci fosse l'attrito la biglia uscirebbe dalla cunetta alla stessa velocità con cui c'è arrivata. Dato però che le perdite di velocità dovute all'attrito nella cunetta sono un po' superiori a quelle riscontrabili sulla pista rettilinea. La biglia che corre a una velocità molto bassa può "rimanere sospesa" quando percorre la cunetta. Per compensare l'attrito ambedue le piste sono leggermente inclinate.

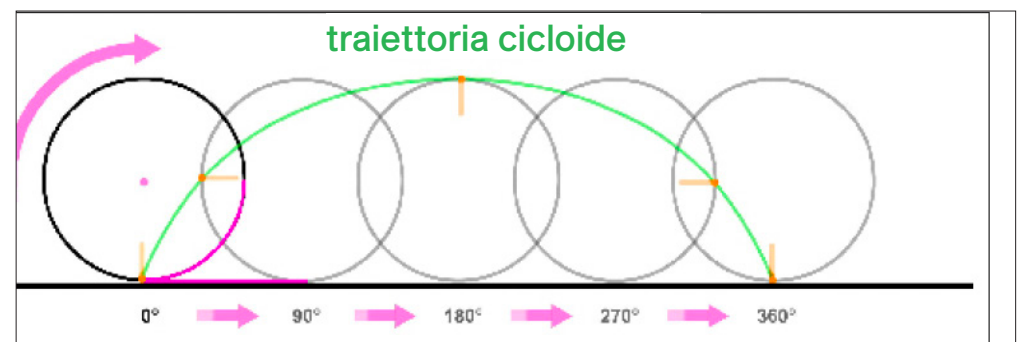
Anche nel caso di questa rientranza si tratta nuovamente di una cicloide, come già per gli altri esperimenti sulla brachistocrona.

Il problema matematico di quale sia la forma della pista che consente a entrambe le biglie di arrivare al traguardo contemporaneamente fu pubblicato nel 1696 dal matematico Johann Bernoulli. Fu lui a dare all'enigma il nome di brachis-

tocrona dal greco brachys ("breve") e chronos ("tempo"). I migliori matematici del tempo, fra i quali anche suo fratello Jakob Bernoulli, che era in rivalità con lui, trovarono la soluzione seguendo le vie più disparate: la biglia si muove più velocemente quando si muove lungo una curva prodotta da una rotazione o più precisamente lungo una cosiddetta "cicloide" (dal greco kyklos ("cerchio")).

Si ottiene una cicloide quando si segue il percorso di un punto di una circonferenza che rotola lungo una retta.

Solo in seguito Leonard Euler riuscì a dimostrare la soluzione del problema delle brachistocrone e oggi questa viene vista come la nascita del calcolo delle variazioni.

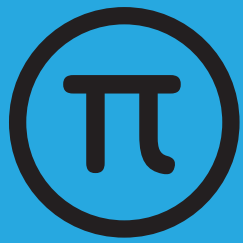


Le cicloidi vengono tracciate da una circonferenza su una retta. Nella figura la circonferenza è rotolata sulla retta nera e il contrassegno arancione si è spostato lungo la curva verde (percorso della cicloide).

Prestate attenzione anche agli esperimenti "la via più breve non è sempre la più veloce" e (Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste) "Pari alla metà" (Gleiche Laufzeit).

Che cosa fare:

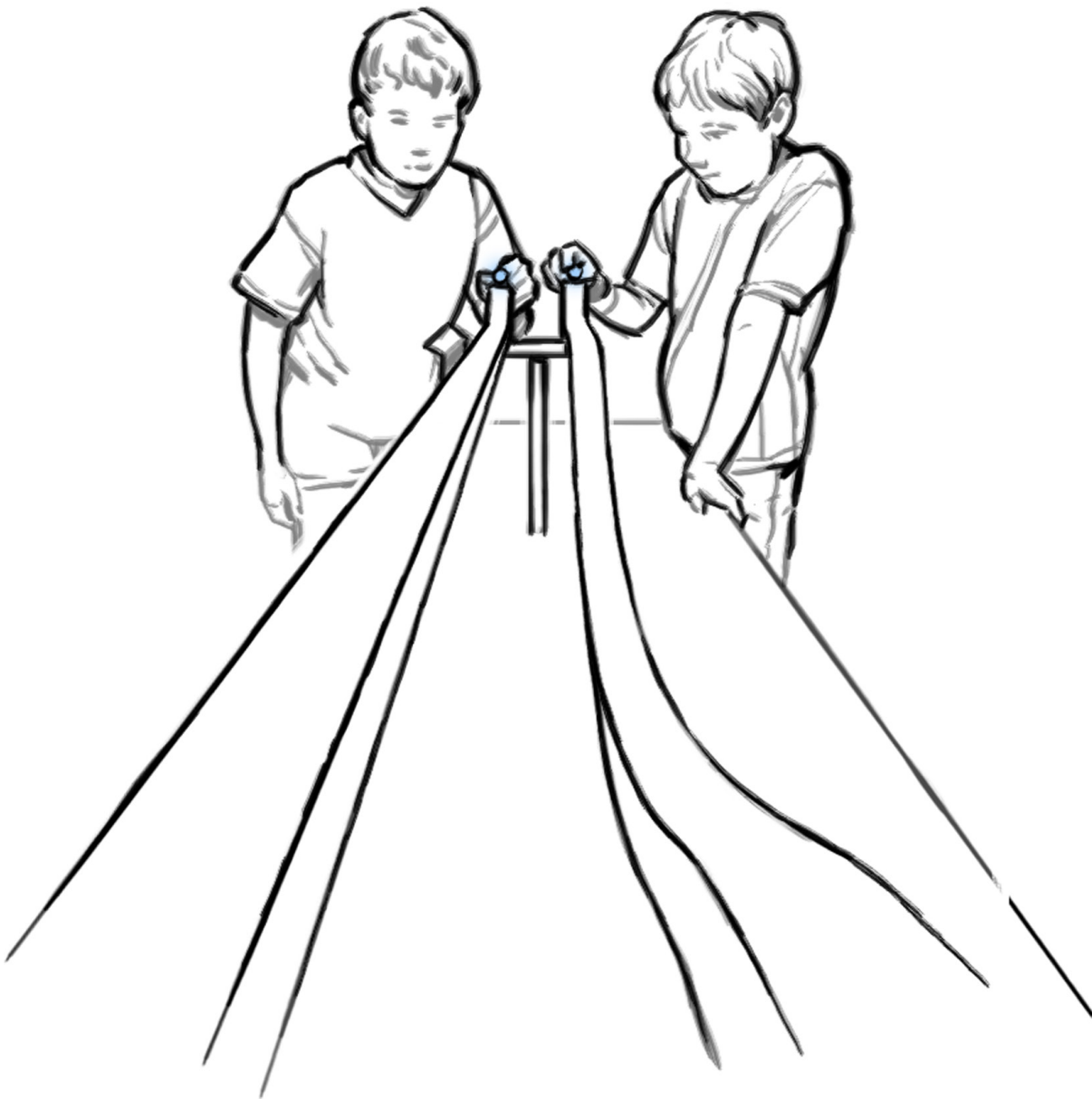




Kugel-wettlauf

oder die Brachistochrone

Welcher Weg ist schneller?



Was tun:

Nimm 2 Kugeln.

Lege die Kugeln auf die Bahnen.

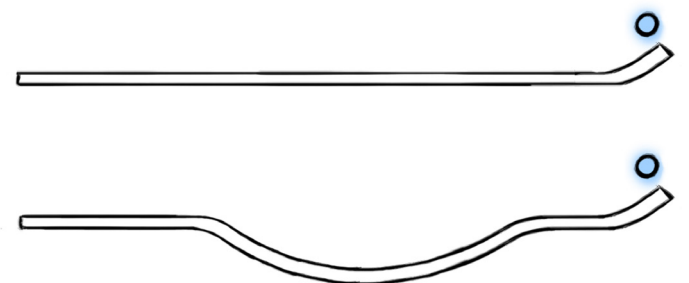
Lass die Kugeln gleichzeitig los.

Welche Kugel ist zuerst unten?

Probiere:

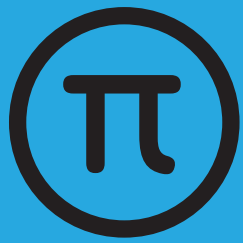
Beide Kugeln sollen zur gleichen Zeit unten sein.

Was musst Du machen?



Mehr Informationen:





Kugel-wettlauf

oder die Brachistochrone



Leichte
Sprache

Mehr Informationen

Es gibt 2 Bahnen.

Beide Bahnen starten am gleichen Ort.

Beide Bahnen enden am gleichen Ort.

Welche Bahn ist kürzer?

Die gerade Bahn ist kürzer.

Aber ist sie auch am schnellsten?

Vor mehr als 300 Jahren hat ein Mann gelebt.

Der Mann heisst Johann Bernoulli.

Er hat überlegt:

Wie kommt die Kugel am schnellsten ins Ziel?

Er hat dem Rätsel einen Namen gegeben:

Brachistochrone

Das ist griechisch.

Brachistos heisst kurz.

Chronos heisst Zeit.

Er hat gemerkt:

Die Kugeln sind verschieden schnell.

Es kommt drauf an:

Wie ist die Bahn?

Wann ist die Kugel am schnellsten?

Wenn sie viel Tempo hat.

Und wenn sie nicht gebremst wird.

Bei einem Bogen ist das am besten.

Dieser Bogen hat einen speziellen Namen.

Er heisst:

Zykloide.

Beachte auch die Exponate: „Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste“ und „Gleiche Laufzeit“

Was tun:

