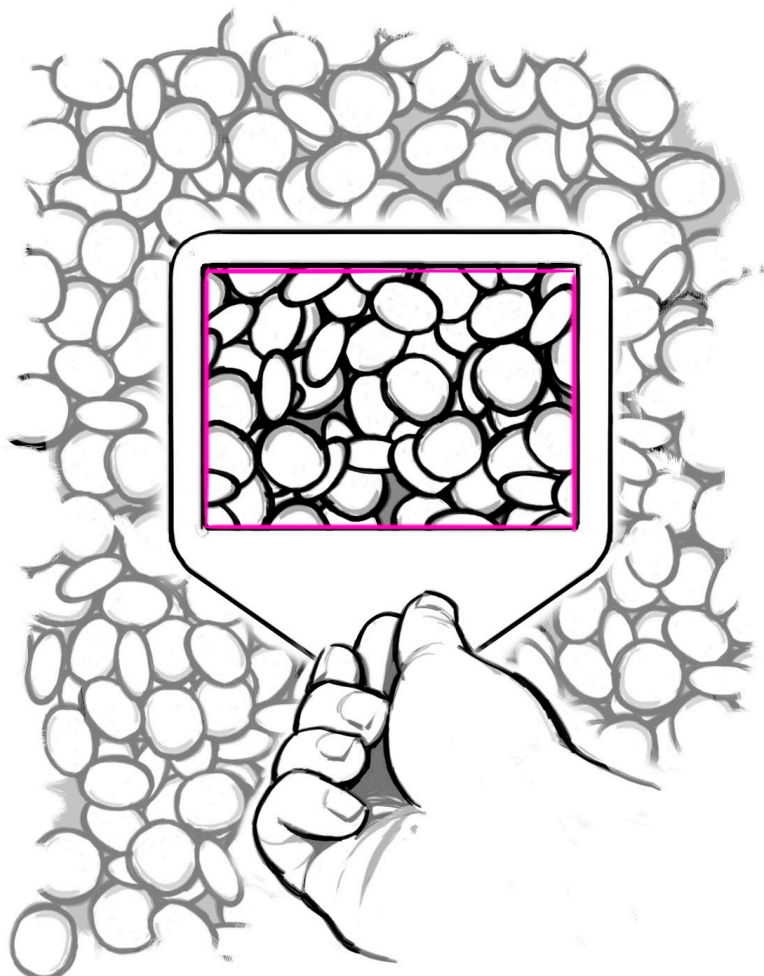


# Weisst Du, wieviele Smarties stehn?



**Ein Bild von vielen, vielen bunten Smarties macht nicht nur Appetit, sondern auch neugierig. Viele Smarties sind zu sehen, sogar sehr viele. Aber wie viele sind es genau?**

**Was schätzen Sie?  
Fünfhundert? Eintausend?  
Zehntausend?**

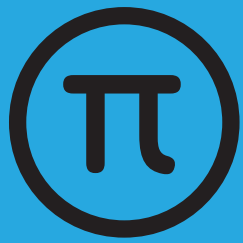


## Was tun und beachten:

- *So finden Sie es heraus:*
- *Nehmen Sie einen der Kunststoffrahmen neben dem Bild, halten Sie den Rahmen auf das Bild und zählen Sie die Smarties, die innerhalb des Rahmens sind.*
- *Schreiben Sie die Zahl auf die Notizfläche neben dem Bild. Zählen Sie noch an zwei oder drei anderen Stellen des Bildes und schreiben Sie die Ergebnisse untereinander.*
- *Zählen Sie die Zahlen zusammen und teilen Sie sie durch die Anzahl der Messungen.*
- *Multiplizieren Sie diese Zahl mit 100 (die Fläche der Rahmen ist genau ein Hundertstel der Fläche des ganzen Bildes) - und Sie haben die Gesamtzahl der Smarties auf dem Bild recht genau ermittelt!*

## Wer mehr wissen möchte:

**lesen Sie den Zusatztext**

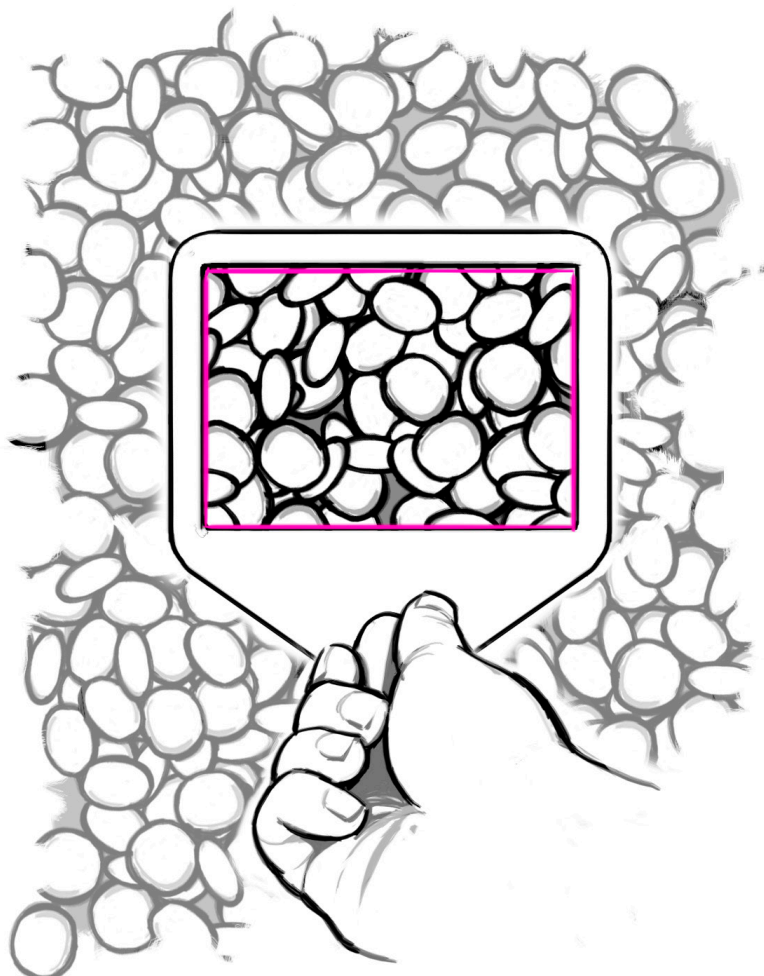


# Weisst Du, wieviele Smarties stehn?



**Ein Bild von vielen, vielen bunten Smarties macht nicht nur Appetit, sondern auch neugierig. Viele Smarties sind zu sehen, sogar sehr viele. Aber wie viele sind es genau?**

**Was schätzen Sie?  
Fünfhundert? Eintausend?  
Zehntausend?**

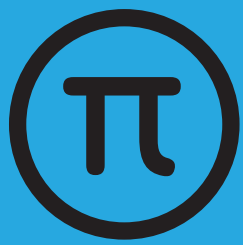


## Was tun und beachten:

- *So finden Sie es heraus:*
- *Nehmen Sie einen der Kunststoffrahmen neben dem Bild, halten Sie den Rahmen auf das Bild und zählen Sie die Smarties, die innerhalb des Rahmens sind.*
- *Schreiben Sie die Zahl auf die Notizfläche neben dem Bild. Zählen Sie noch an zwei oder drei anderen Stellen des Bildes und schreiben Sie die Ergebnisse untereinander.*
- *Zählen Sie die Zahlen zusammen und teilen Sie sie durch die Anzahl der Messungen.*
- *Multiplizieren Sie diese Zahl mit 100 (die Fläche der Rahmen ist genau ein Hundertstel der Fläche des ganzen Bildes) - und Sie haben die Gesamtzahl der Smarties auf dem Bild recht genau ermittelt!*

Wer mehr wissen möchte:





# Weisst Du, wieviele Smarties stehn?



## Wer mehr wissen möchte

Es sind 4662 Smarties auf dem gesamten Bild!

Wenn Sie bisher nicht wussten, wie die Teilnehmerzahlen z.B. der Loveparade oder bei Demonstrationen zustande kommen – hier benutzt man das gleiche Verfahren. Dieses Experiment aus dem Bereich der Stochastik zeigt, wie innerhalb und ausserhalb der Mathematik geschätzt wird. Wenn die Polizei die Anzahl der Menschen in einer grossen Menge, etwa bei einer Demonstration, wissen will, misst sie die Länge des Zuges und zählt die Menschen in einem bestimmten Abschnitt.

Auch hier entnimmt man der gesamten Menge mit Hilfe der Rahmen eine Stichprobe, in der man die Anzahl leicht bestimmen kann. Multipliziert man die Anzahl der Smarties der Stichprobe mit dem Kehrwert des Anteils, den der Rahmen am ganzen Bild hat, erhält man eine Näherung für die gesamte Anzahl der Smarties.

Je nachdem wie genau man zählt, etwa indem man auch halbe Smarties mitzählt, ermittelt man einen genaueren Gesamtwert. Wenn man den Rahmen an verschiedenen Stellen anlegt oder verschiedene Rahmen zur Hilfe nimmt, erhält man eine Messreihe.

Wenn man den Mittelwert dieser Reihe bildet, erhält man eine Zahl als Schätzwert. Je häufiger man an verschiedenen Stellen mit verschiedenen Rahmen zählt, desto länger wird die Messreihe und der errechnete Wert nähert sich nach dem Gesetz der grossen Zahlen immer näher seinem tatsächlichen Wert an.

### Hier eine Beipieltable:

|            |                             |
|------------|-----------------------------|
| 1. Messung | 40                          |
| 2. Messung | 49                          |
| 3. Messung | 46                          |
| .. Messung | .. (je mehr desto genauer!) |

-----  
Summe 3 Msg. 135

Mittelwert  $135 / 3 = 45$  - Voilà!

## Was tun und beachten:



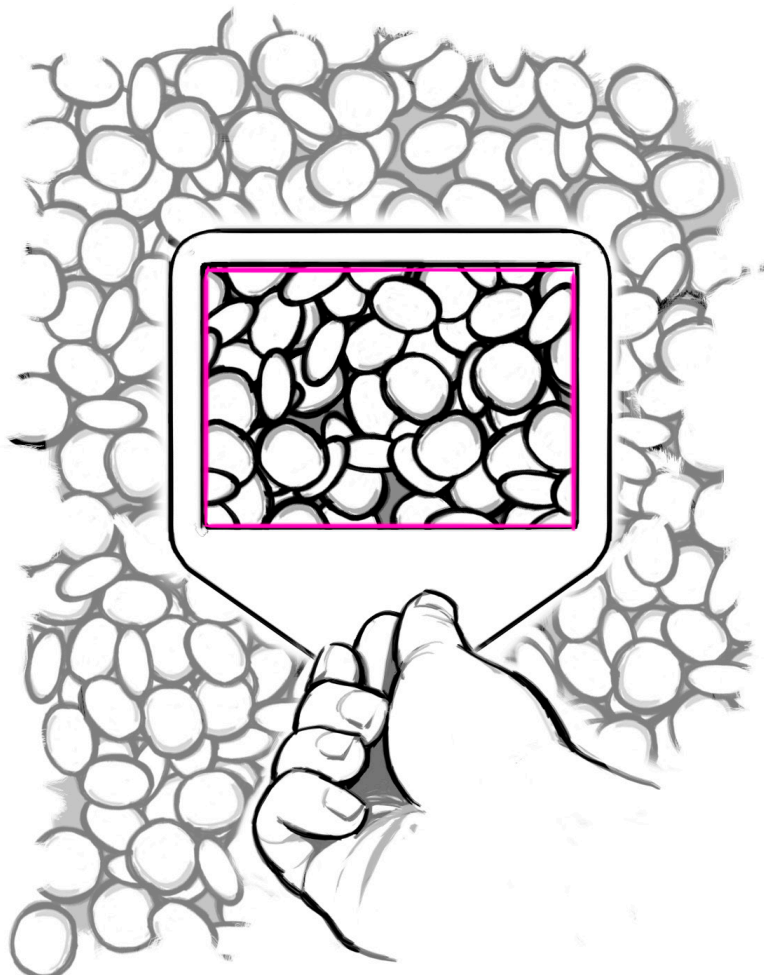


# How many Smarties?

**This picture of lots of smarties not only makes your mouth water, but makes you wonder.**

**There are certainly lots of them, but how many? What would you guess?**

**Five hundred? A thousand? Ten thousand?**



## To do and notice:

- *Hold one of the small plastic frames against the picture and count how many smarties are to be seen inside it.*
- *Write this total down in the blank space next to the picture, then repeat the process at two or three other places in the picture. Write your totals down underneath each other.*
- *Find the average count, by adding your values together and dividing by the number of counts you made.*
- *Multiply this average by one hundred (the area inside the frame is just one-hundredth of the total picture area) – and you have a good estimate of the total number of smarties!*

**Want to know more?**





# How many Smarties?

## Want to know more?

There are 4662 smarties in the big picture! How close were you!

How would you estimate the number of people attending a demonstration, a carnival procession or any similar large group? Taking small samples and multiplying up might easily be possible. Making estimates in this way is a simple example from the field of mathematics called “stochastic processes”, situations whose outcome cannot be completely predicted.

The way that the police might estimate the number of people in a large gathering, such as a march, would be to measure the length of the procession and count the number of people in shorter sections.

This is similar to our estimation of the number of smarties in the entire picture, by counting the number in a frame, whose area is a known fraction of the total picture area. Doing this sampling a few times, and being careful to sample in different areas (and count half-smarties), will produce a better range of samples, the average of which will then provide a good estimate of the total.

In stochastic theory, the Law of Large Numbers (intuitively obvious, but first proved by the Swiss mathematician, Jacob Bernoulli (1654 – 1705)), effectively states that the accuracy of results based on sampling processes increases with the number of samples.

### Here is an example of a sampling table:

|                |    |
|----------------|----|
| 1. measurement | 40 |
| 2. measurement | 49 |
| 3. measurement | 46 |
| .. measurement | .. |

(the more measurements, the more accurate!)

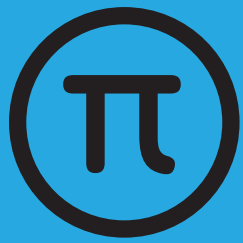
-----  
Sum of 3 measurements: 135

Average:  $135 / 3 = 45$

So the estimate of the total is 4500  
(within 4% of the actual number)

To do and notice:

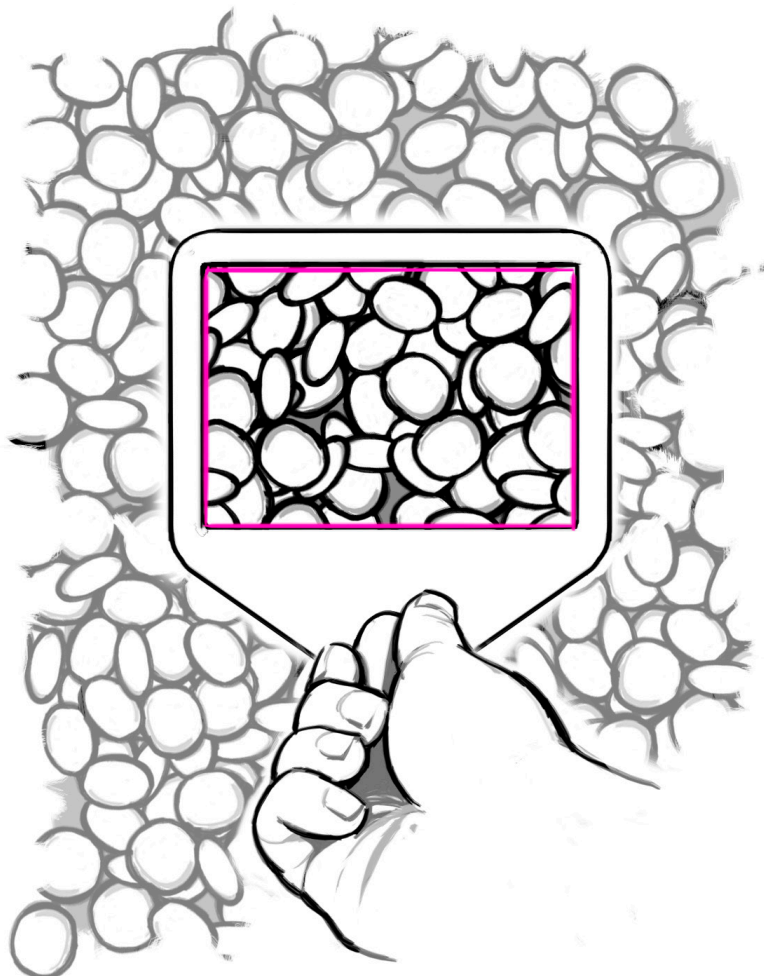




# Qui sait compter les Smarties?



**L'image des nombreux Smarties colorés ne donne pas seulement faim mais rend aussi curieux. On peut voir beaucoup de Smarties, vraiment beaucoup. Mais combien y en a-t-il exactement? Que diriez-vous? Cinq cents? Mille? Dix mille?**

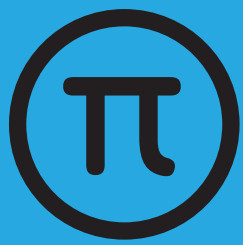


## A vous de jouer:

- *Découvrez-le ainsi:*
- *Prenez l'un des cadres en plastique à côté de l'image et mettez le cadre sur l'image et comptez les Smarties que vous voyez à l'intérieur du cadre.*
- *Notez leur nombre sur le champ d'écriture à côté de l'image. Comptez encore à deux ou trois autres endroits de l'image et notez les résultats les uns en dessous des autres.*
- *Additionnez les chiffres et divisez-les par le nombre de mesures.*
- *Multipliez ce nombre par 100 (la surface du cadre est exactement un centième de la surface de l'image) et vous avez le nombre total de Smarties relativement précis.*

**Pour en savoir plus:**





# Qui sait compter les Smarties?



## Pour en savoir plus

Il y a exactement 4662 Smarties sur toute l'image!

Si vous ne saviez pas encore comment on estime le nombre de participant au Loveparade par exemple ou pendant les manifestations – ici on utilise le même processus. Cette expérience de stochastique montre comment on estime en maths et en dehors des maths. Quand la police veut connaître le nombre de personne dans une grande foule, comme dans une manifestation, elle mesure d'abord la longueur de la procession et compte le nombre de gens sur une certaine distance.

Ici aussi on prend un échantillon du nombre total à l'aide du cadre avec lequel on peut facilement calculer le nombre total. Si l'on multiplie le nombre de Smarties de l'échantillon avec l'inverse de la partie de l'image couvert par le cadre, on obtient une approximation du nombre total de Smarties.

Si l'on compte avec beaucoup de précision, par exemple si l'on compte aussi des demi-Smarties, on obtient une valeur totale plus ou moins exacte. Quand on pose le cadre sur différents endroits ou si l'on prend des cadres différents, on obtient une série de mesures.

Quand on calcule la moyenne de cette série, on obtient un chiffre comme estimateur. Plus on choisit d'endroits différents avec des cadres différents et plus la série de mesures s'allonge, plus la valeur estimée s'approche de la valeur réelle selon de loi des grands nombres.

### Voici des exemples:

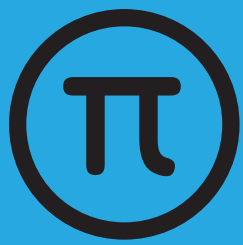
|                          |                                          |
|--------------------------|------------------------------------------|
| 1 <sup>ière</sup> mesure | 40                                       |
| 2 <sup>ième</sup> mesure | 49                                       |
| 3 <sup>ième</sup> mesure | 46                                       |
| ... mesure               | ... (plus il y en a, plus c'est précis!) |

-----  
Somme des 3 mesures: 135

Moyenne:  $135 / 3 = 45$  - Voilà!

A vous de jouer:



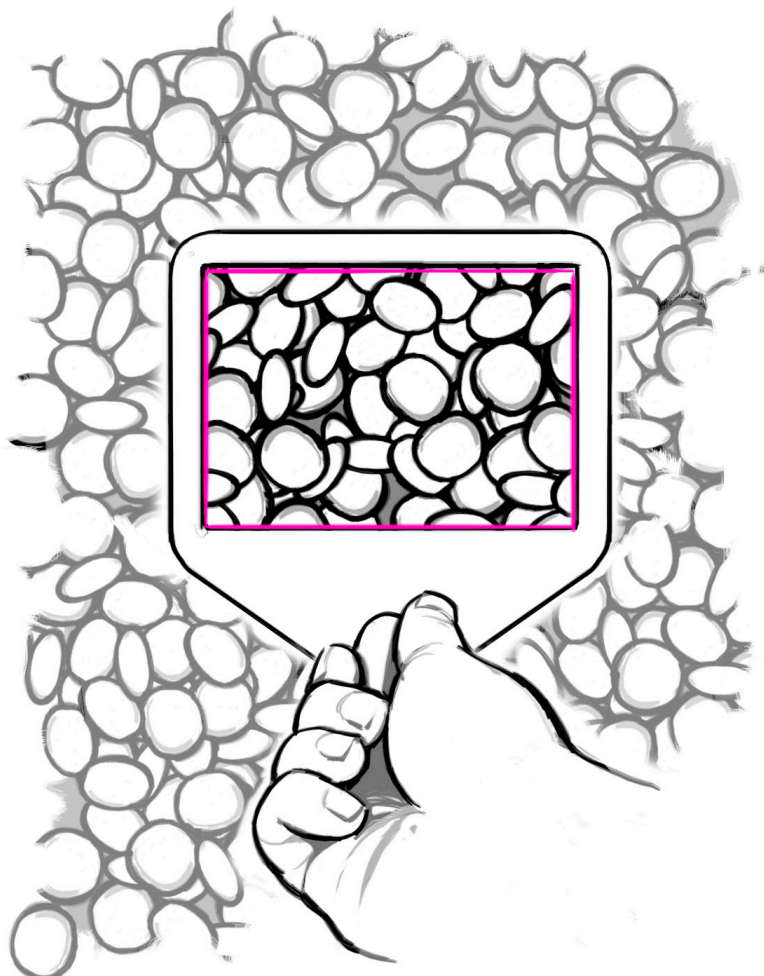


# Riesci a indovinare quanti Smarties ci sono?



**L'immagine di tantissimi smarties non fa venire soltanto l'acquolina, ma suscita anche curiosità. Se ne vedono veramente tanti. Chissà quanti saranno?**

**Potrebbero essere cinquecento? Mille? Duemila?**

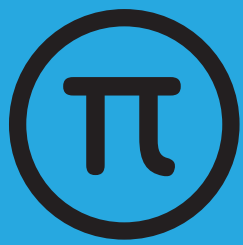


## Che cosa fare:

- *Ecco come scoprirlo:*
- *Prendete una delle cornici di plastica accanto all'immagine: avvicinatela all'immagine e contate quanti smarties ci stanno dentro.*
- *Scrivete il numero sul riquadro per gli appunti accanto all'immagine. Provate a ripetere il conteggio in altri punti dell'immagine e scrivete i risultati in colonna.*
- *Sommate i numeri e divideteli per il numero delle misurazioni.*
- *Moltiplicate questo numero per 100 (la cornice occupa esattamente 1/100 dell'immagine completa. Così facendo avrete stimato con esattezza il numero complessivo degli smarties raffigurati nella fotografia!*

**Vuole saperne di più?**





# Riesci a indovinare quanti Smarties ci sono?



## Vuole saperne di più?

Nell'immagine ci sono esattamente 4662 smarties!

Se fino a questo momento non sapevate come si calcola il numero dei partecipanti p. es. alla Loveparade o alle manifestazioni... Bene: anche qui si impiega lo stesso procedimento. Questo esperimento nel campo della stocastica dimostra come si effettua una stima all'interno e all'esterno della matematica. Quando la polizia vuole stimare il numero di persone di una grande folla, per esempio in una manifestazione, misura la lunghezza del corteo e conta le persone presenti in un dato segmento.

Anche qui il numero complessivo viene stimato adottando un campione di cui è facile misurare la numerosità. Poi si moltiplica il numero degli smarties del campione per l'inverso della frazione che occupa la cornice rispetto all'intera immagine e si ottiene un'approssimazione per il numero complessivo degli smarties.

A seconda dell'esattezza con cui si conta, per esempio se si calcola anche il numero di mezzi smarties, si ottiene un valore totale più esatto. Se poi si colloca la cornice in diversi punti oppure si utilizzano diverse cornici, si ottiene una serie di misurazioni.

Quando si calcola il valore medio di questa serie, si ottiene un numero. Quanto più numerosi sono i campioni ricavati con la cornice in diversi punti, tanto più il valore calcolato si avvicinerà al valore reale.

### Ecco qui una tabella d'esempio:

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 1 <sup>a</sup> misurazione | 40 |
| 2 <sup>a</sup> misurazione | 49 |
| 3 <sup>a</sup> misurazione | 46 |
| .. misurazione             | .. |

(quante più sono tanto meglio!)

-----  
Somma delle 3 misurazioni: 135

Valore medio =  $135 / 3 = 45$  - Ecco fatto!

Che cosa fare:

