

Polygon-Limite

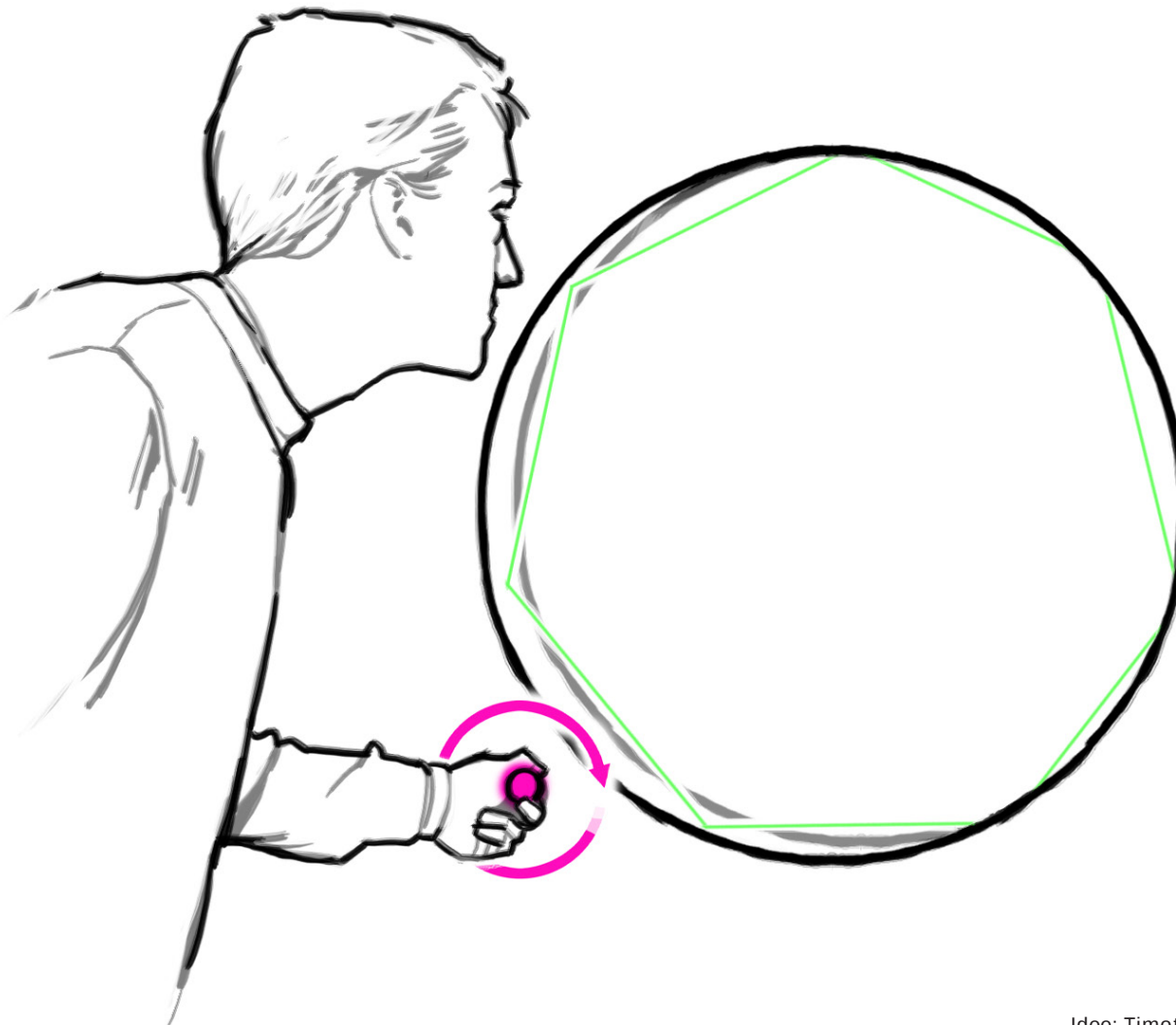
(Kreis als Grenzfall eines Vielecks)



Die Vielecke in diesem Versuch sind dem kreisförmigen Spiegel einbeschrieben. Ihr Umfang ist daher kleiner als der Kreisumfang. Je mehr Ecken aber das Vieleck besitzt, umso geringer ist die Abweichung vom Kreis.

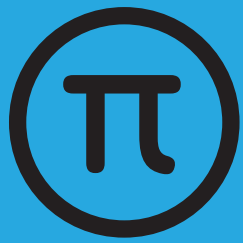
Was tun und beachten:

- *Schwenken Sie den Laserstrahl, bis er ein in sich geschlossenes Vieleck mit 4,5,6... Seiten bildet.*
- *Im Grenzfall, wenn der Strahl fast tangential auf den Kreisrand trifft, nähert sich das Vieleck immer mehr einem Kreis.*
- *Mit Hilfe des «Pythagoras» kann man leicht ausrechnen, wie sich die Seitenlänge des (regelmässigen) Vielecks bei Verdoppelung der Seitenzahl ändert.*



Wer mehr wissen möchte:

lesen Sie den Zusatztext



Polygon-Limite

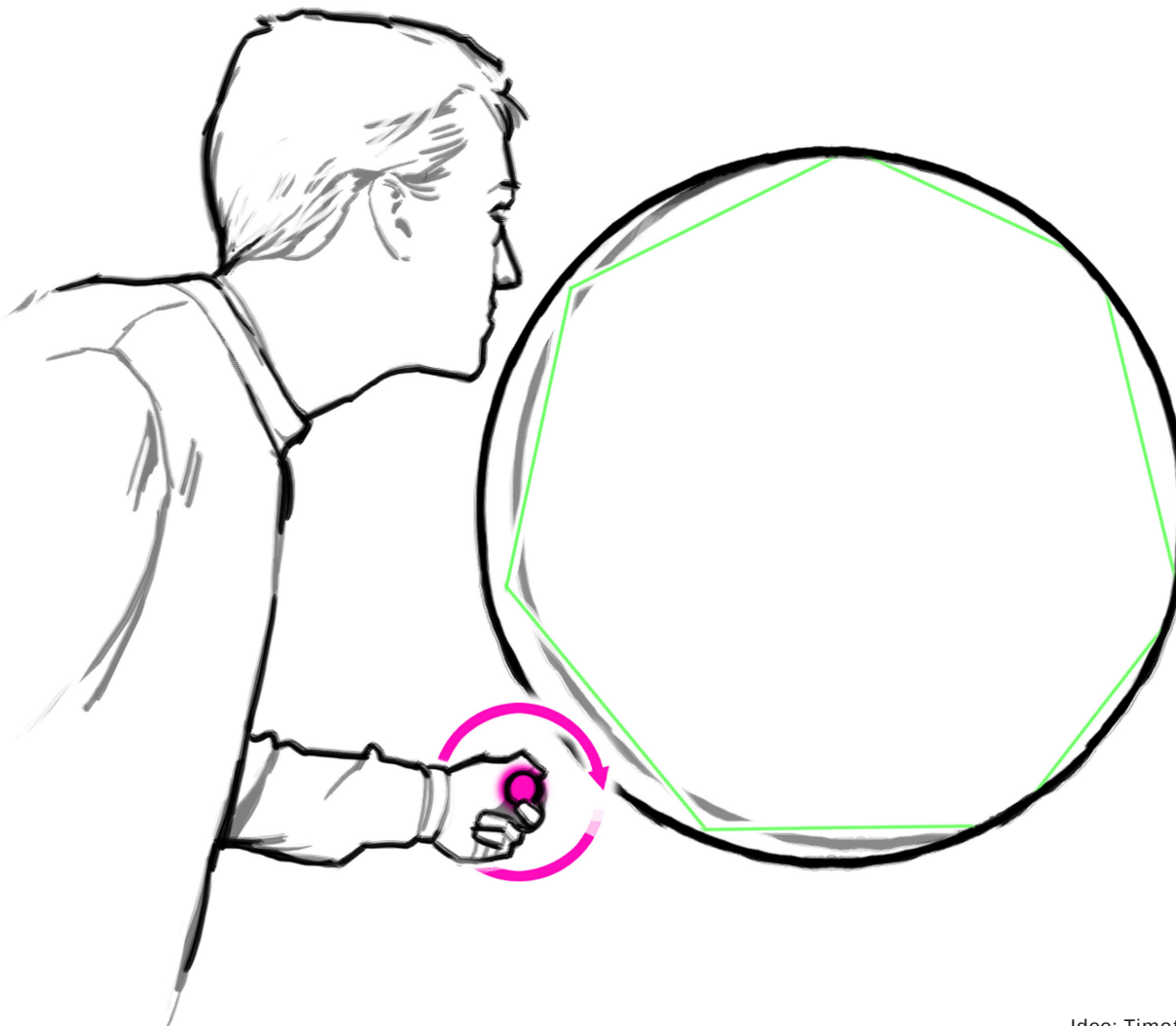
(Kreis als Grenzfall eines Vielecks)



Die Vielecke in diesem Versuch sind dem kreisförmigen Spiegel eingeschrieben. Ihr Umfang ist daher kleiner als der Kreisumfang. Je mehr Ecken aber das Vieleck besitzt, umso geringer ist die Abweichung vom Kreis.

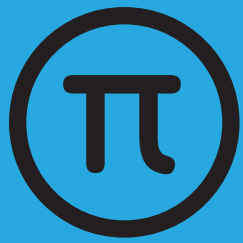
Was tun und beachten:

- *Schwenken Sie den Laserstrahl, bis er ein in sich geschlossenes Vieleck mit 4,5,6... Seiten bildet.*
- *Im Grenzfall, wenn der Strahl fast tangential auf den Kreisrand trifft, nähert sich das Vieleck immer mehr einem Kreis.*
- *Mit Hilfe des «Pythagoras» kann man leicht ausrechnen, wie sich die Seitenlänge des (regelmässigen) Vielecks bei Verdoppelung der Seitenzahl ändert.*



Wer mehr wissen möchte:





Polygon-Limite

(Kreis als Grenzfall eines Vielecks)



Wer mehr wissen möchte

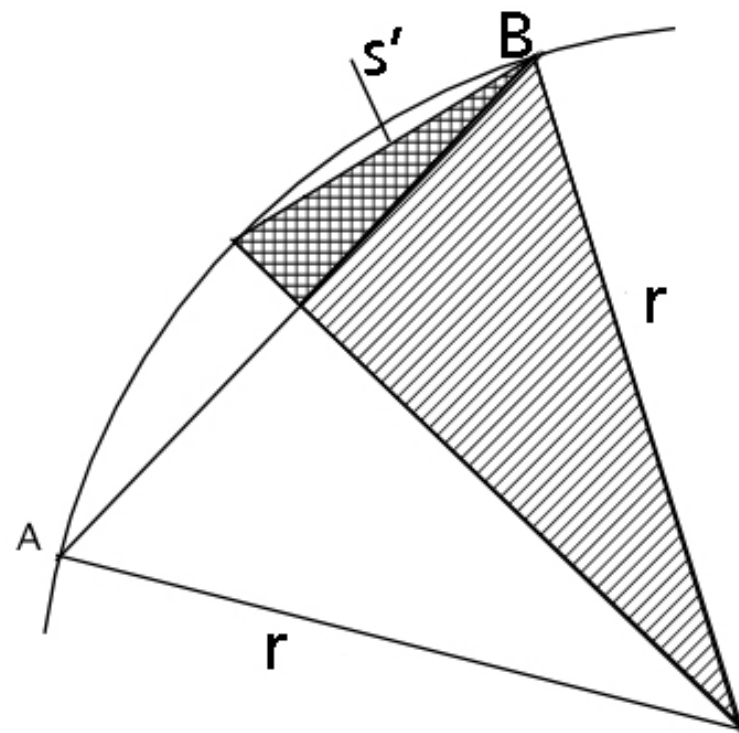
Ein Quadrat in einem Kreis mit Radius = 1 hat die Seitenlänge $s = \text{Wurzel aus } 2$. Fortlaufend können wir dann die Seitenlängen des 8-Ecks, 16-Ecks ausrechnen und somit auch den Umfang.

Mit dem Taschenrechner gerechnet erhält man folgende Umfänge:

Viereck:	5.665685
Achteck:	6.12294
16-Eck:	6.24289
32-Eck:	6.27310
64-Eck:	6.28066
128-Eck:	6.28255
256-Eck:	6.28303
512-Eck:	6.28315
1024-Eck:	6.28318

Der letzte Wert stimmt bis zur angegebenen Stellenzahl mit 2π überein!

Je mehr Ecken die Fläche besitzt, desto genauer nähert man sich dabei dem Wert der Kreiszahl Pi (π) an. Auch optisch erscheint ein Vieleck mit sehr vielen Ecken als Kreis. Diese Näherungsmethode wurde verwendet, um die Kreiszahl immer genauer zu bestimmen. Der Mathematiker Ludolph von Ceulen trieb es bis zum 2^{62} -Eck (4,6 Trillionen Ecken!) und errechnete so die ersten 35 Nachkommastellen von Pi (π).



s = Seitenlänge AB des N-Ecks

$$(s')^2 = (s/2)^2 + \left(r - \sqrt{r^2 - (s/2)^2}\right)^2$$

Was tun und beachten:



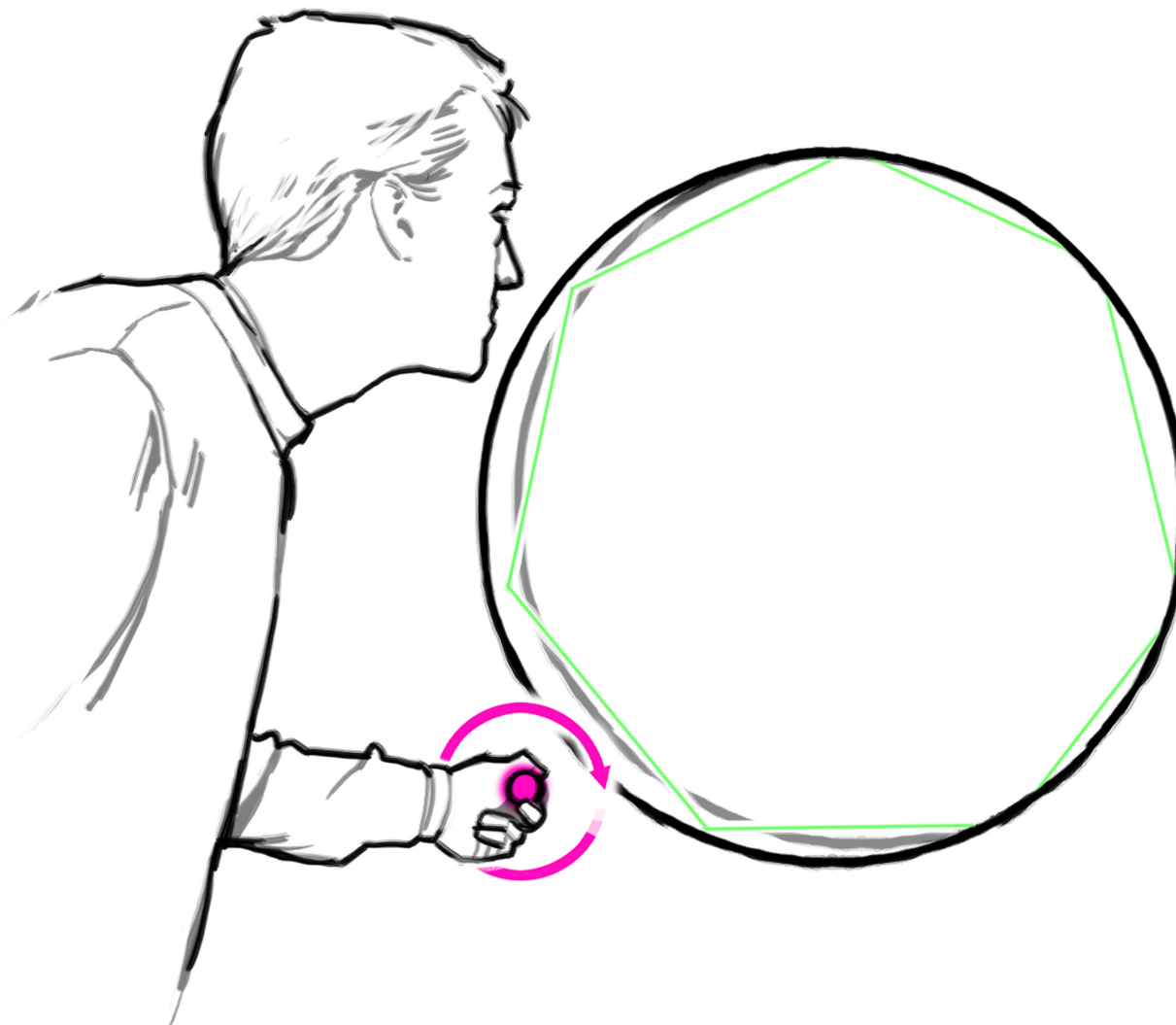


The Circle's the Limit!

The polygons in this exhibit are inscribed inside a circular mirror. Their perimeters are therefore less than the circumference of the circle. The more sides they have, the smaller the difference in length.

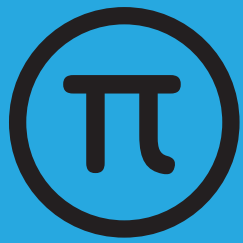
To do and notice:

- *Rotate the laser until the beam forms a closed figure with 4, 5, 6, ... sides.*
- *In the limiting case as the number of sides increases, the laser path becomes closer and closer to a circle.*
- *With the help of Pythagoras' theorem, one can soon work out how the perimeter of a regular polygon increases when you double its number of sides (keeping the diameter the same).*



Want to know more?





The Circle's the Limit!

Want to know more?

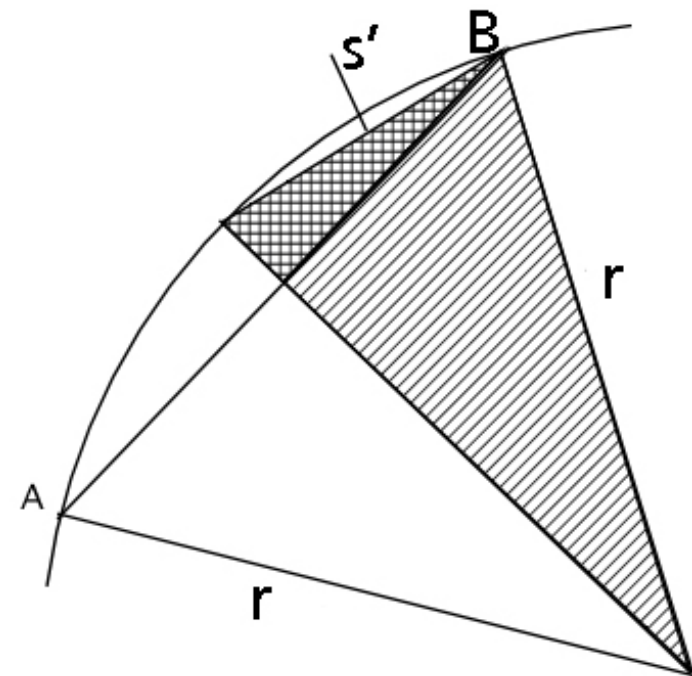
A square inscribed in a circle with radius = 1 has a side of length, the square root of 2 (= 1.414..), so its perimeter is four times this: = 5.665... Using Pythagoras theorem and a bit of geometry (see diagram), we can successively find from this the perimeter of an 8-sided, 16-sided, etc. polygon inside the same circle. Using an ordinary pocket calculator, the perimeters of successive polygons are:

Square:	5.665685
Octagon:	6.12294
16-sides:	6.24289
32-sides:	6.27310
64-seides:	6.28066
128-sides:	6.28255
256-sides:	6.28303
512-sides:	6.28315
1024-sides:	6.28318

This last perimeter matches the value of 2π to 5 decimal places!

You can see the polygon getting closer and closer to the circle as the number of sides increases and increases.

This approximating method for finding π an. was used by the German mathematician, Ludolph von Ceulen (1540 – 1610), who pushed this method as far as the polygon with 2^{62} (4.6 trillion!) sides. Calculating by hand, he found π to 35 decimal places. π was known for a long time as the Ludolphine number, and it was inscribed on his tombstone.

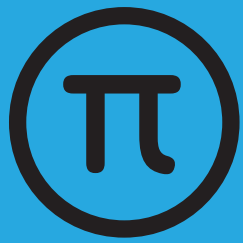


s = length of side AB of the n -sided polygon

$$(s')^2 = (s/2)^2 + \left(r - \sqrt{r^2 - (s/2)^2}\right)^2$$

To do and notice:





Limites de Polygon

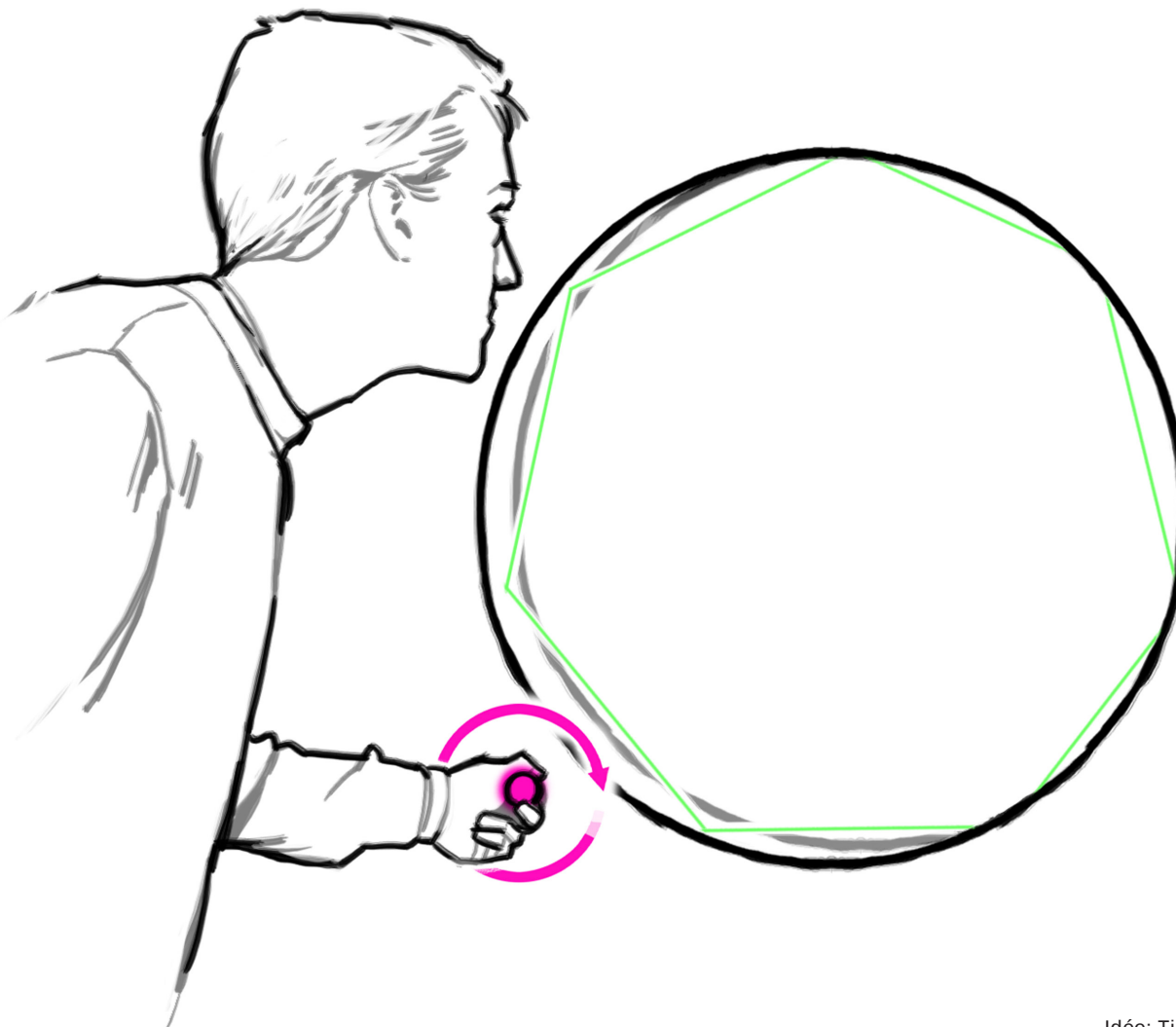


(Le cercle comme cas extrême d'un polygone)

Dans cette expérience, les polygones sont contenus dans le miroir circulaire. Par conséquent, leur circonférence est plus petite que celle du cercle. Plus un polygone a de sommets moins il se distingue du cercle.

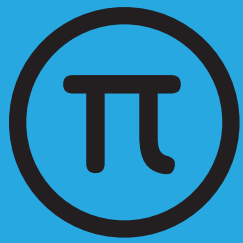
A vous de jouer:

- *Déplacez le faisceau du laser jusqu'à ce qu'il forme un polygone à 4,5,6...côtés.*
- *Dans le cas limite où le faisceau devient presque une tangente du bord du cercle, le polygone peut être de mieux en mieux approché d'un cercle.*
- *A l'aide de «Pythagore» on peut facilement calculer le changement de la longueur des côtés d'un polygone régulier quand on double le nombre de côtés.*



Pour en savoir plus:





Limites de Polygon

(Le cercle comme cas extrême d'un polygone)



Pour en savoir plus

Les côtés d'un carré à l'intérieur d'un cercle avec un rayon = 1 ont une longueur $l = \text{racine de } 2$. Ainsi nous pouvons calculer la longueur de côtés d'un octogone (8 côtés), d'un hexadécagone (16 côtés)...et donc également leur circonférence.

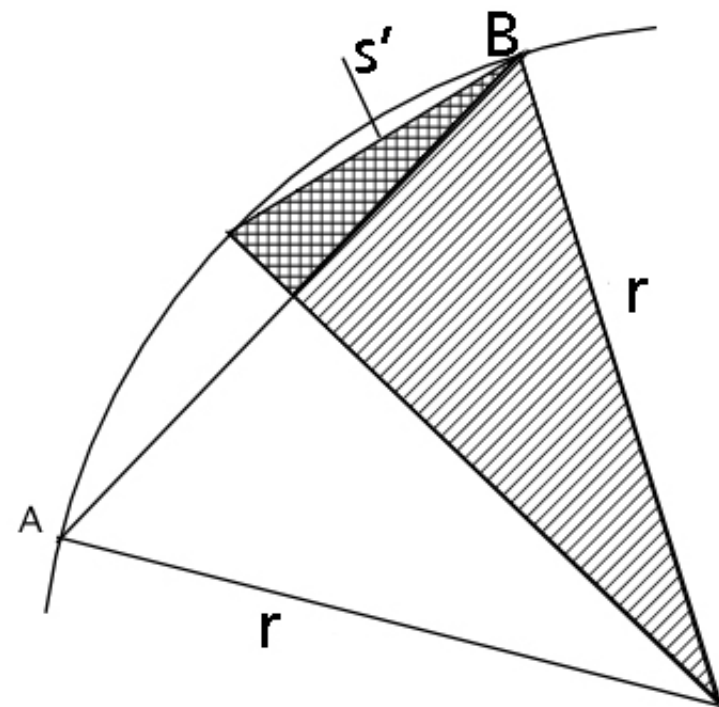
A l'aide d'une calculatrice on obtient les circonférences suivantes:

carré:	5.665685
octogone:	6.12294
16-gone:	6.24289
32-gone:	6.27310
64-gone:	6.28066
128-gone:	6.28255
256-gone:	6.28303
512-gone:	6.28315
1024-gone:	6.28318

La dernière valeur est identique à 2π jusqu'au dernier chiffre indiqué!

Plus le nombre de sommets d'une figure est grand, plus on s'approche du nombre d'Archimède Pi (π). Même à l'œil, on peut constater qu'un polygone avec beaucoup de sommets s'approche plus d'un cercle.

Le mathématicien Ludolph von Ceulen a poursuivi ce calcul jusqu'au 2^{62} -gone (4,6 trillions de sommets !) et a calculé de cette manière les 35 premiers chiffres après la virgule du nombre Pi (π).

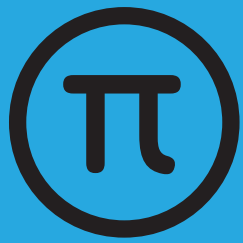


s = longueur du côté AB du N-gone

$$(s')^2 = (s/2)^2 + \left(r - \sqrt{r^2 - (s/2)^2}\right)^2$$

A vous de jouer:





Poligono limite

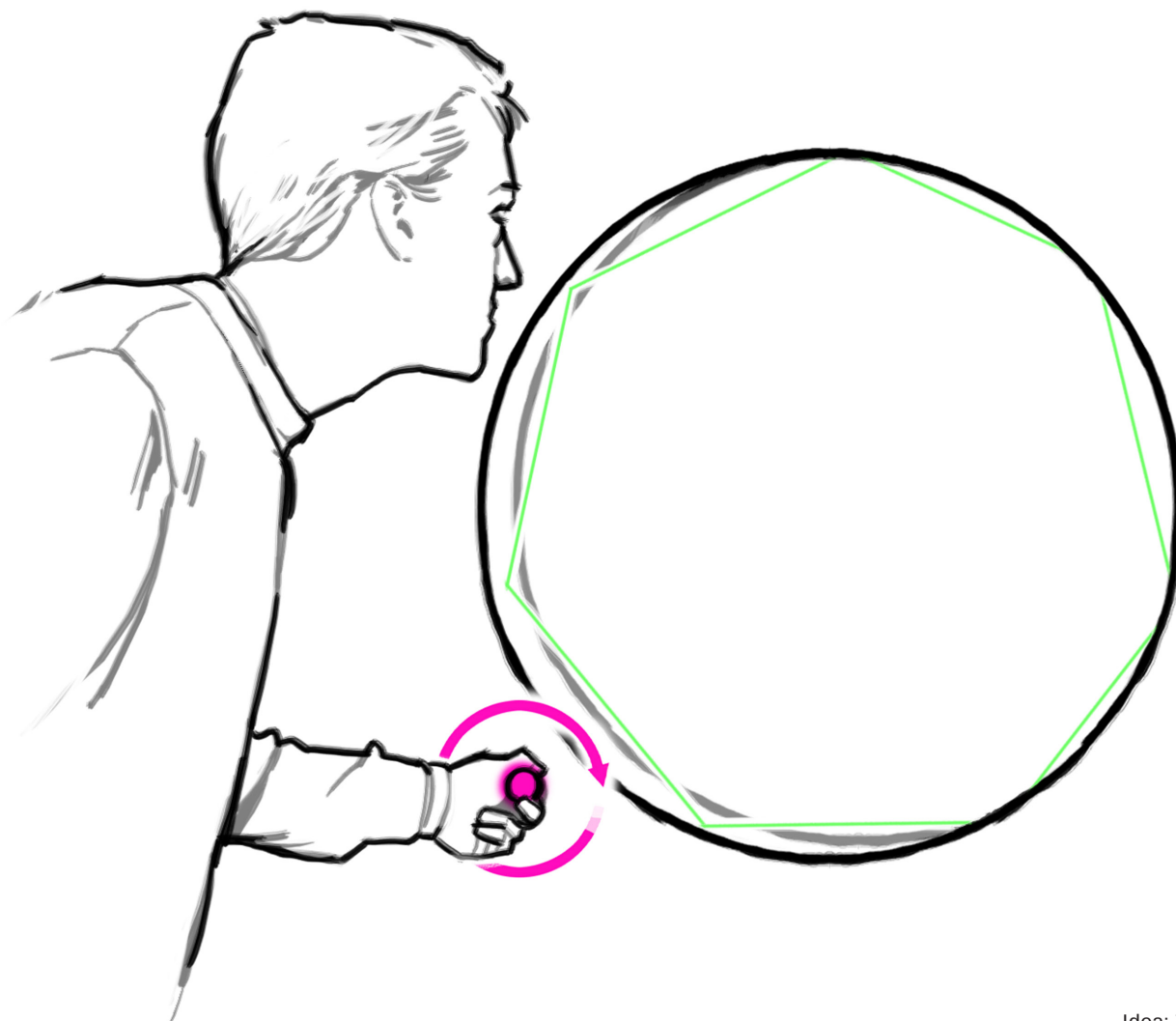
(Il cerchio come caso limite di un poligono)



In questo esperimento i poligoni sono iscritti in uno specchio circolare. Per questo le loro dimensioni sono minori del perimetro del cerchio. Ma quanti più lati ha il poligono, tanto meno differisce dal cerchio.

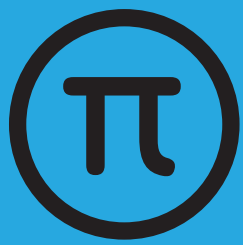
Che cosa fare:

- *Modificate l'inclinazione del raggio laser finché forma un poligono chiuso con 4, 5, 6 lati...*
- *Nel caso limite, quando il raggio colpisce quasi tangenzialmente la periferia del cerchio, il poligono si avvicina sempre di più a un cerchio.*
- *Con l'aiuto di «Pitagora» si può calcolare facilmente come varia la lunghezza del lato del poligono (regolare) ogni volta che raddoppia il numero dei lati.*



Vuole saperne di più?





Poligono limite

(Il cerchio come caso limite di un poligono)



Vuole saperne di più?

Un quadrato iscritto in un cerchio con un raggio di misura 1 ha un lato di lunghezza $s = \text{radice di } 2$. Allo stesso modo potremmo calcolare le lunghezze dei lati dell'ottagono (8 lati), dell'esadecagono (16 lati)... e quindi anche la loro circonferenza.

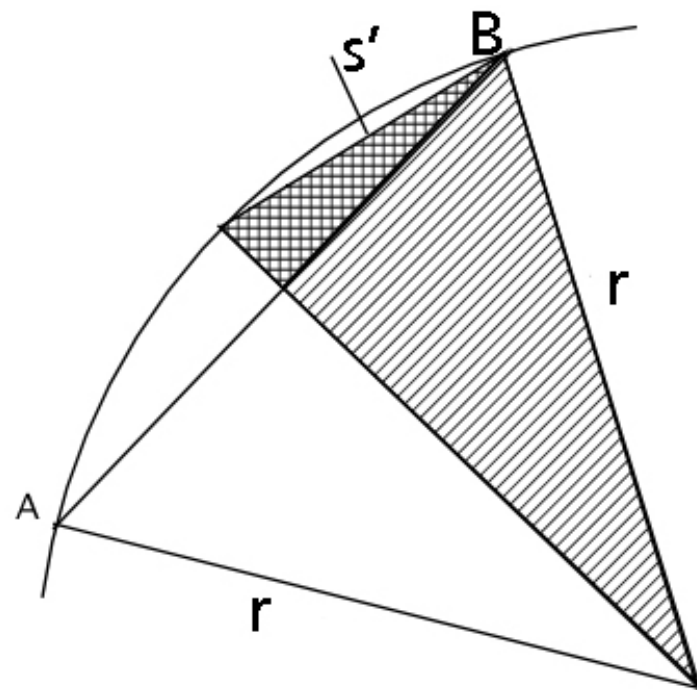
Con l'aiuto di un semplice calcolatore tascabile, si ottengono i seguenti perimetri:

Quadrato:	5.665685
Ottagono:	6.12294
Esadecagono:	6.24289
32-gono:	6.27310
64-gono:	6.28066
128-gono:	6.28255
256-gono:	6.28303
512-gono:	6.28315
1024-gono:	6.28318

L'ultimo valore corrisponde a 2π tranne che per l'ultima cifra decimale indicata!

Quanti più lati possiede la superficie, tanto più precisamente ci si avvicina al valore di Pi greco (π). Anche otticamente un poligono con moltissimi lati appare come un cerchio. Questo metodo di approssimazione veniva impiegato per ottenere con crescente approssimazione il valore di Pi greco.

Il matematico Ludolph con Ceoelen si spinse fino a calcolare il perimetro di un poligono con 2^{62} lati (4,6 trilioni di lati) e in tal modo calcolò i primi 35 decimali di Pi greco (π).



s = lunghezza del lato AB del N-poligono

$$(s')^2 = (s/2)^2 + \left(r - \sqrt{r^2 - (s/2)^2}\right)^2$$

Che cosa fare:

