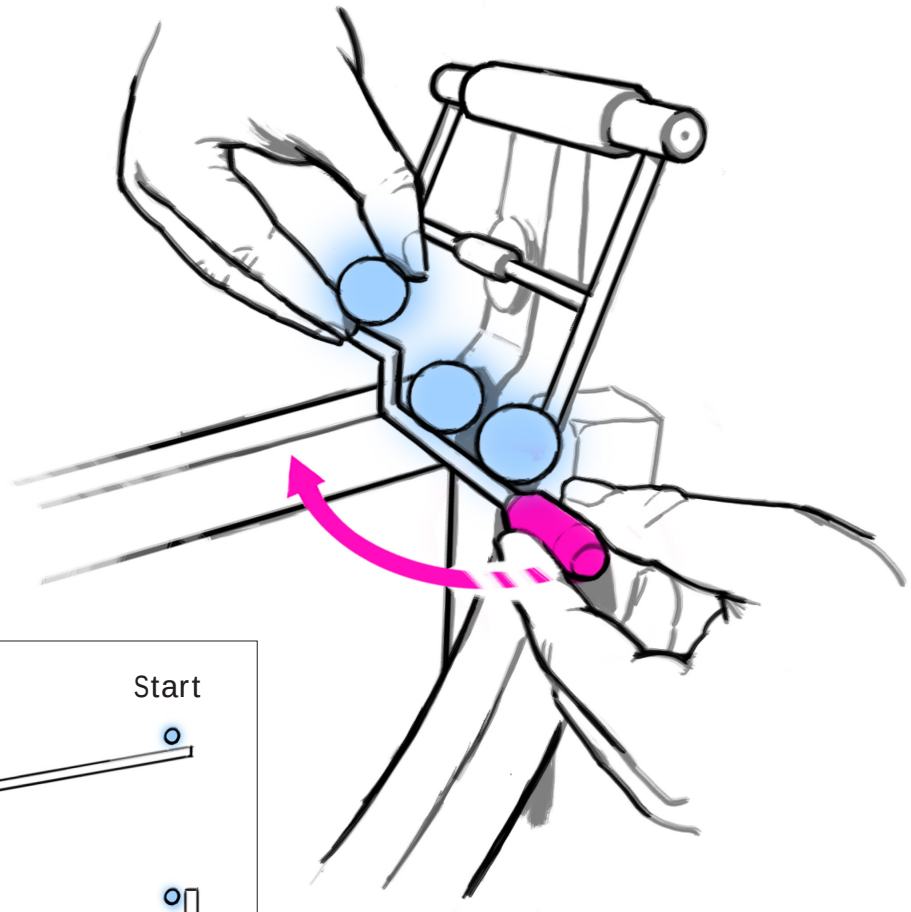
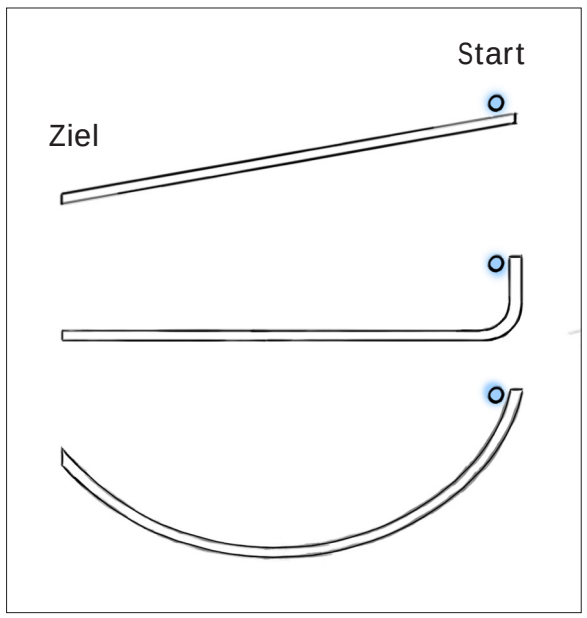
Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste

Welcher Weg zwischen zwei Punkten am wenigsten Zeit benötigt, hat schon vor 300 Jahren die besten Mathematiker ihrer Zeit beschäftigt.





Was tun und beachten:

- *Setzen Sie die Stahlkugeln am oberen Ende der Rollbahnen, oberhalb des magnetisch festgehaltenen Bügels in ihre Startposition.*
- *Der Bügel ermöglicht Ihnen ein gleichzeitiges Starten der Kugeln.*
- *Welche Kugel ist zuerst und welche zuletzt unten?*

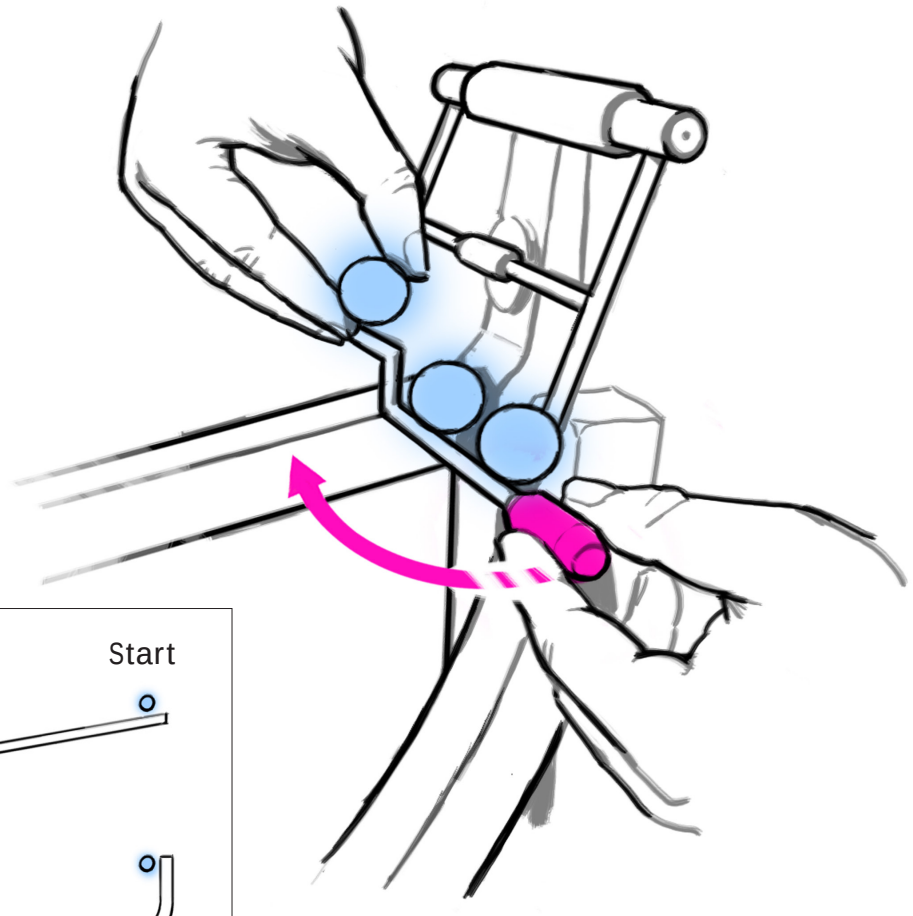
Wer mehr wissen möchte:

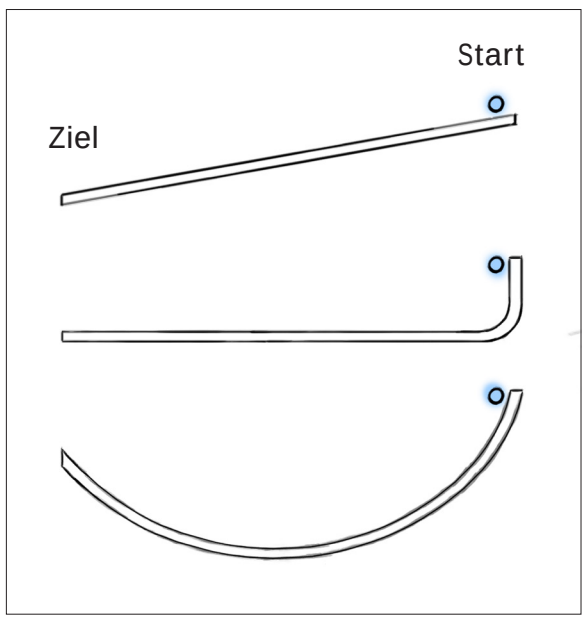
lesen Sie den Zusatztext

Idee und Konzept: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071

Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste

Welcher Weg zwischen zwei Punkten am wenigsten Zeit benötigt, hat schon vor 300 Jahren die besten Mathematiker ihrer Zeit beschäftigt.





Was tun und beachten:

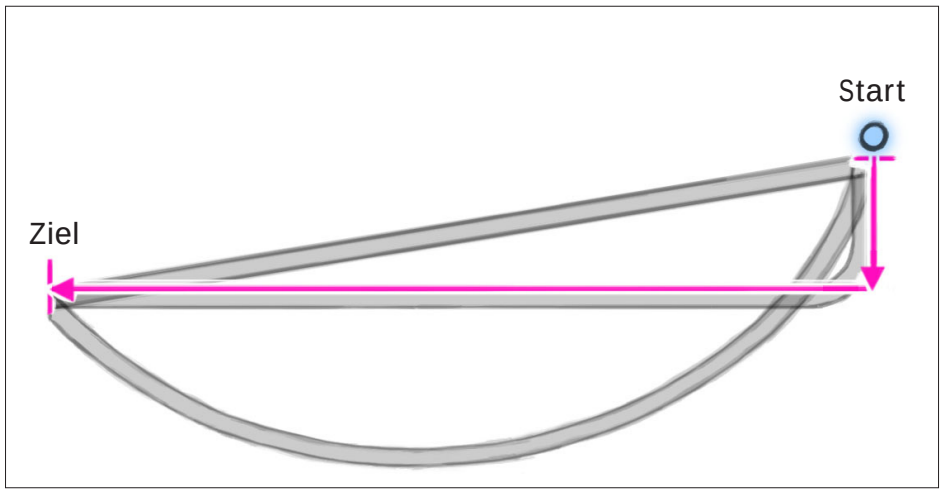
- *Setzen Sie die Stahlkugeln am oberen Ende der Rollbahnen, oberhalb des magnetisch festgehaltenen Bügels in ihre Startposition.*
- *Der Bügel ermöglicht Ihnen ein gleichzeitiges Starten der Kugeln.*
- *Welche Kugel ist zuerst und welche zuletzt unten?*

Wer mehr wissen möchte:

Idee und Konzept: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071

Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste

Wer mehr wissen möchte

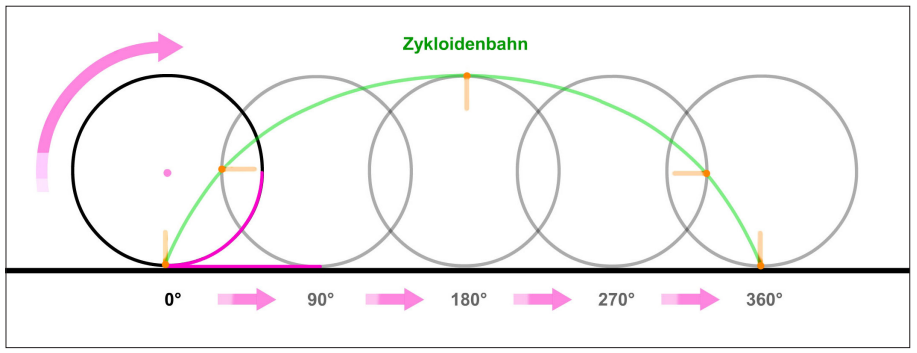


Vom Start zum Ziel haben alle drei Bahnen den gleichen **Höhenunterschied** und auch die gleiche **Horizontaldistanz**. Natürlich ist die gerade Verbindung der kürzeste Weg, aber eben nicht der Weg, der am schnellsten durchlaufen wird!

Johann Bernoulli veröffentlichte 1696 ein mathematisches Problem: Welche Bahnform ist die schnellste Verbindung zweier Punkte, auf der ein Massenpunkt unter dem Einfluss der Gravitationskraft reibungsfrei hinabgleitet? Dabei liegt ein Punkt tiefer als der andere, aber nicht senkrecht unter dem anderen. Er gab dem Rätsel den Titel „Brachistochrone“ (vom griechischen „Brachistos“ = „kurz“ und „chronos“ = „Zeit“).

Die besten Mathematiker seiner Zeit, darunter auch sein mit ihm verfeindeter Bruder Jakob Bernoulli fanden auf verschiedensten Wegen die Lösung:

Die Kugel bewegt sich dann am schnellsten, wenn sie entlang einer Rollkurve, genauer: entlang einer sogenannten „Zykloide“, läuft (vom griechischen „kyklos“ = „Kreis“).



Die Form der **Zykloide** erhält man, wenn man die Bahn eines Punktes auf einem Kreis verfolgt, wenn dieser Kreis entlang einer Geraden abrollt.

Erst später konnte Leonard Euler einen Beweis für die Lösung des Brachistochronenproblems liefern, man sieht dies heute oft als die Geburtsstunde der Variationsrechnung. Die Zykloide wird wegen dieser Eigenschaft als Brachistochrone - wegen einer anderen Eigenschaft aber auch als «Tautochrone» bezeichnet.

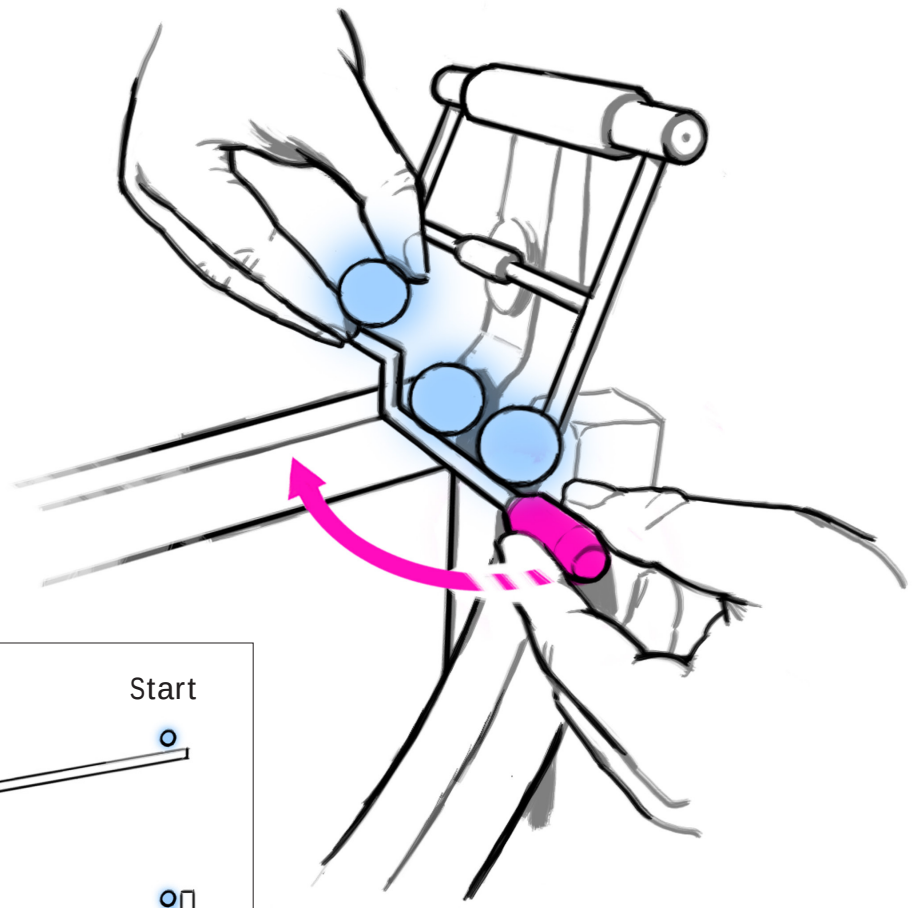
Beachten Sie auch die Exponate «Gleiche Laufzeit» und «Kugelwettlauf»

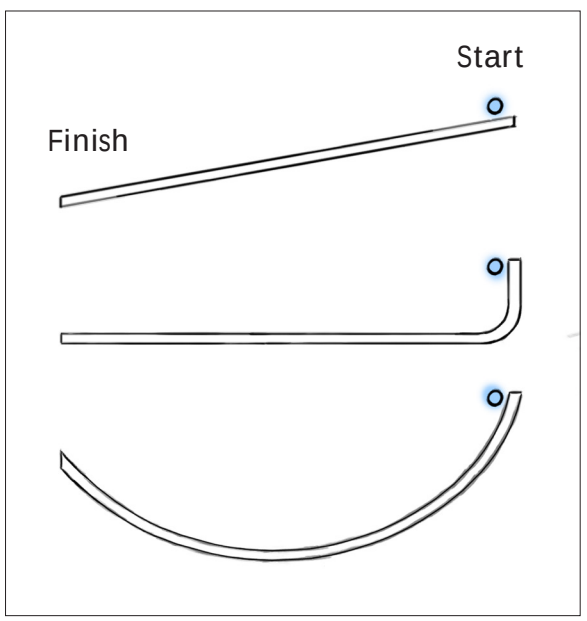
Was tun und beachten:

Idee und Konzept: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071

The shortest Way is not always the quickest.

Finding the quickest route under gravity between two points was a formidable problem for the best mathematicians 300 years ago.





To do and notice:

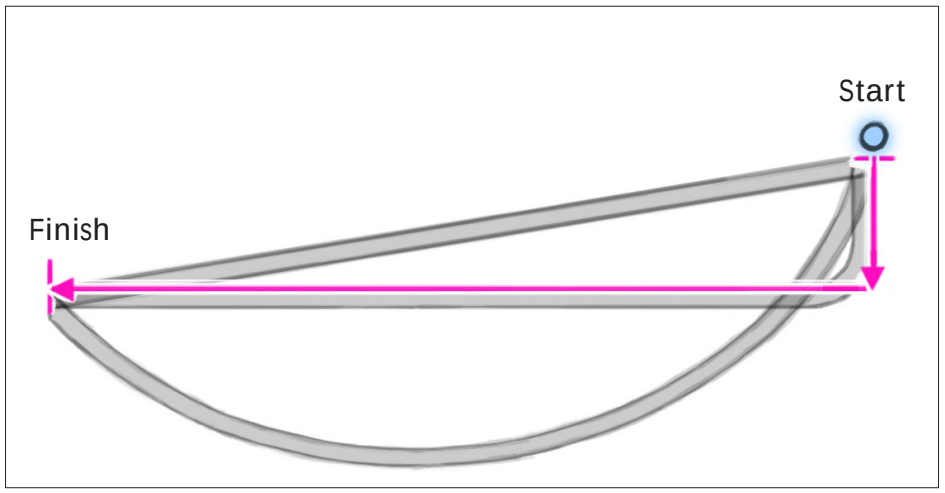
- *Position the steel balls behind the magnetic release bar at the top of the three tracks.*
- *You can now let the balls go at the same instant.*
- *Which ball is the first down, and which one is last?*

Want to know more?

Idea and Concept: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071

The shortest Way is not always the quickest.

Want to know more?

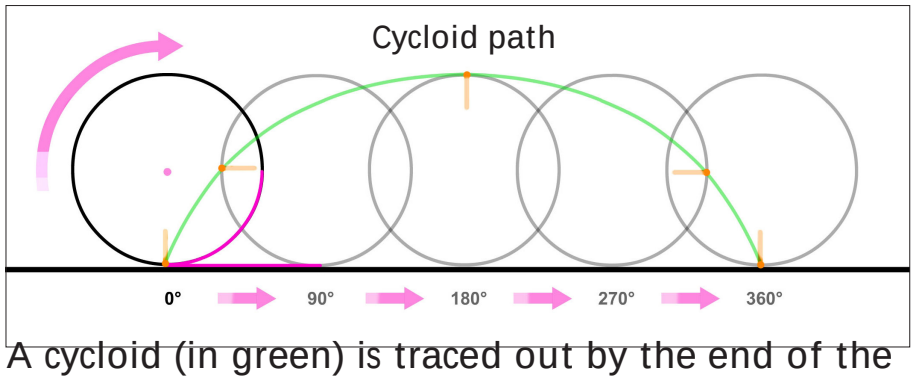


The three tracks have the same starting and finishing positions. It's obvious that the straight track is the shortest, but it is by no means the quickest!

Johann Bernoulli published this mathematical challenge in 1696: What is the shape of the quickest path for a body moving under the influence of gravity (and with no friction) between two positions? Obviously these positions need to be at different heights and not just one directly above the other!

Bernoulli gave this path the name "Brachistochrone", from the Greek "Brachistos" = "shortest" and "chronos" = "time".

The best mathematicians of the age, including Bernoulli's estranged brother, Jacob, took up the challenge and using a variety of methods soon came up with the correct solution. They found that the quickest path is along the inverted "cycloid" shaped curve (see diagram), which starts with its cusp at the top-most point and goes through the lower one. Cycloid is another word with a Greek root: "kyklos" = "circle".



A cycloid (in green) is traced out by the end of the short red line as the circle rolls along the horizontal path.

Leonard Euler produced an elegant solution some time later, and this is regarded as the birth of the branch of mathematics called the Calculus of Variations. The inverted cycloid has another fascinating property – wherever a body starts on it, it reaches the bottom in the same length of time!

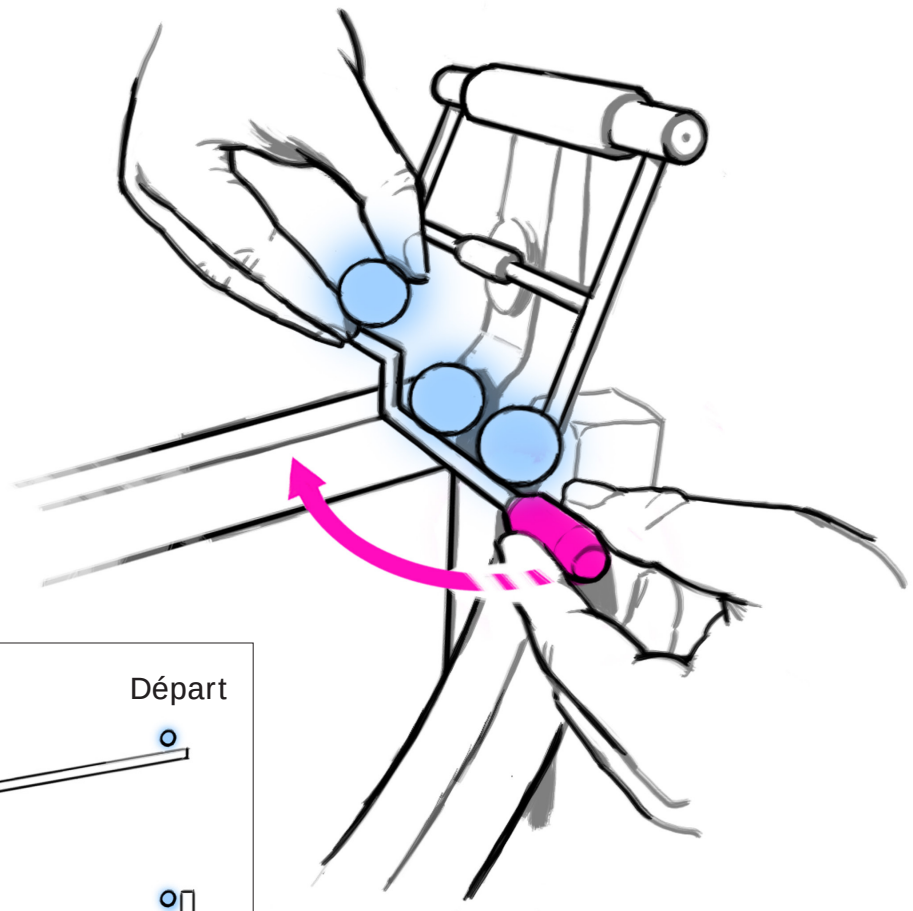
See also the related exhibits: «Gleiche Laufzeit» (Equal Times) and «Kugelwettlauf» (Ball Race)!

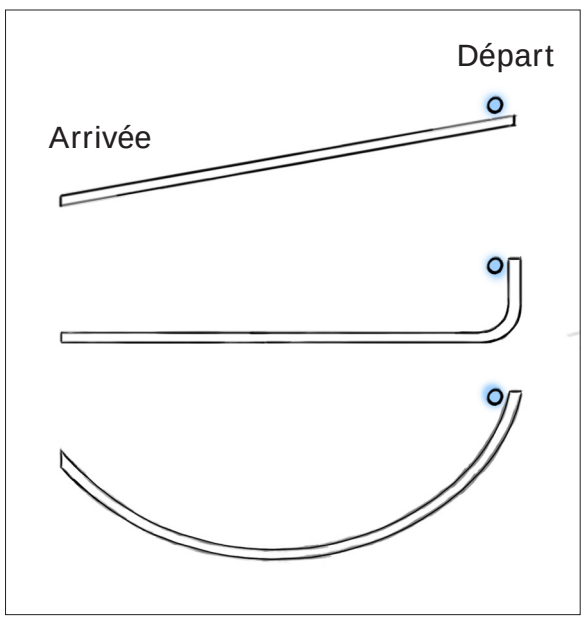
To do and notice:

Idea and Concept: Technorama
"Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd"; Nr. 10071

Le chemin le plus court n'est pas toujours le plus rapide

Déjà il y a 300 ans les meilleurs mathématiciens de cette époque réfléchissaient afin de trouver le chemin le plus rapide entre deux points.





A vous de jouer:

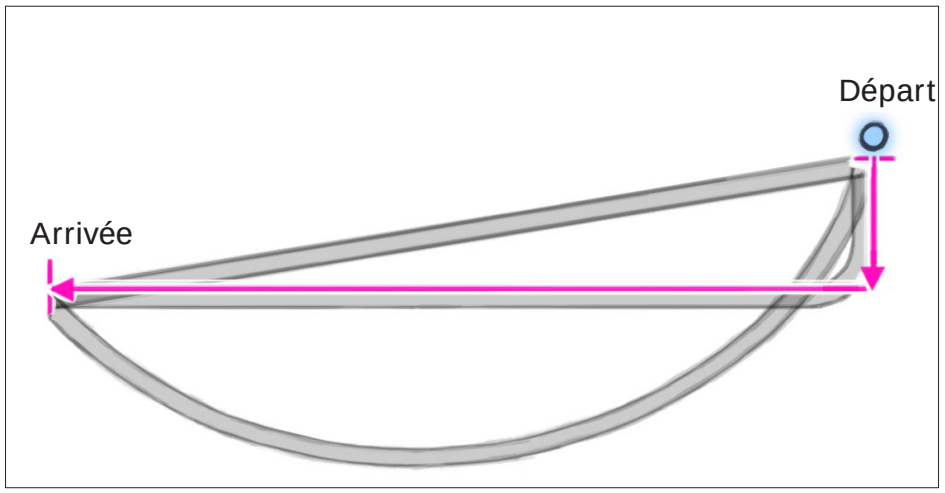
- *Posez les boulettes en acier sur l'extrémité supérieure de la piste, au dessus de la perche retenue par un aimant dans sa position de départ.*
- *Grâce à la perche vous pouvez déclencher le démarrage des boulettes simultanément.*
- *Quelle boulette arrive en premier en bas et laquelle en dernier?*

Pour en savoir plus:

Idée et Conception: Technorama
"Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd"; Nr. 10071

Le chemin le plus court n’est pas toujours le plus rapide

Pour en savoir plus

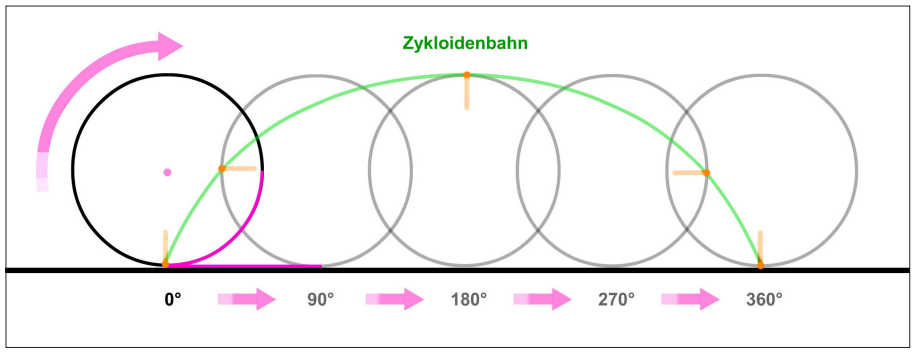


Entre le départ et l’arrivée toutes les trois pistes ont la même **différence de hauteur** ainsi que la même **distance horizontale.** Il est évident que la piste tout droite est le chemin le plus court, mais elle n’est pas le chemin le plus rapide!

En 1696 Johann Bernoulli a posé un problème mathématique : quelle est la forme de la piste la plus rapide entre deux points entre lesquels une masse se déplace vers le bas sans frottement sous l’influence de la gravité? L’un des deux points se trouve plus bas que l’autre mais pas verticalement en dessous de l’autre. Il a appelé cette énigme «Brachistochrone» (du grec «Brachistos» = «rapide» et «chronos» = temps).

Les meilleurs mathématiciens de son époque, parmi eux son frère ennemi Jakob Bernoulli ont trouvé la solution grâce à des raisonnements différents:

La boulette se déplace le plus rapidement quand elle déscend sur une piste en forme de courbe, pour être plus précis: sur une «cycloïde» (du grec «kyklos» = cercle).



La forme de la **cycloïde** peut être obtenue en traçant la trajectoire d’un point sur un cercle quand ce cercle se déroule sur une droite.

C’est seulement après que Leonard Euleur est parvenu à trouver une preuve pour la solution du problème de Brachistochrone. On la considère toujours comme l’heure de naissance du calcul des variations. En raison de cette propriété, on appelle les cycloïdes des brachistochrones – mais aussi des «tautochrones» à cause d’une autre propriété.

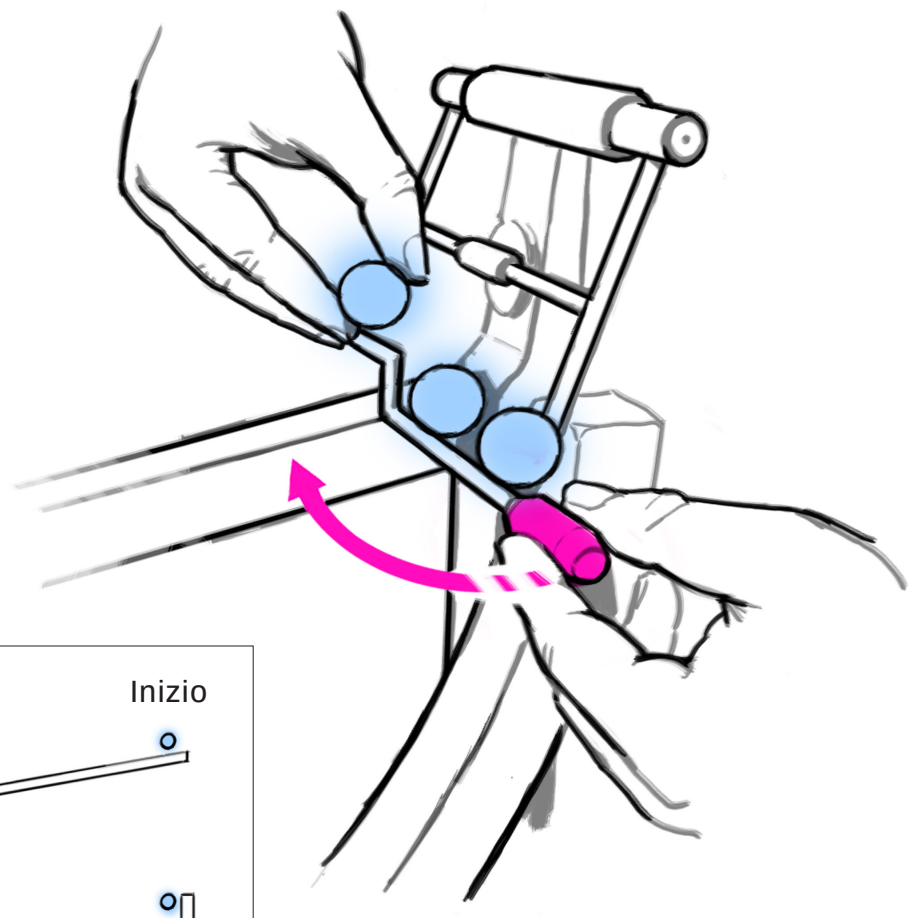
Manipulations voisines: «Gleiche Laufzeit» et «Kugelwettlauf»

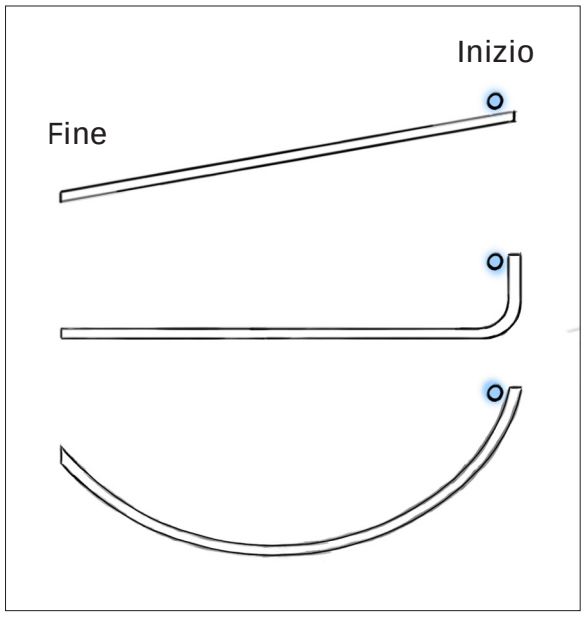
A vous de jouer:

Idée et Conception: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071

La via più veloce non è sempre la più breve

Il problema di quale sia il percorso tra due punti percorribile nel più breve tempo possibile ha dato da fare ai matematici già 300 anni fa.





Che cosa fare:

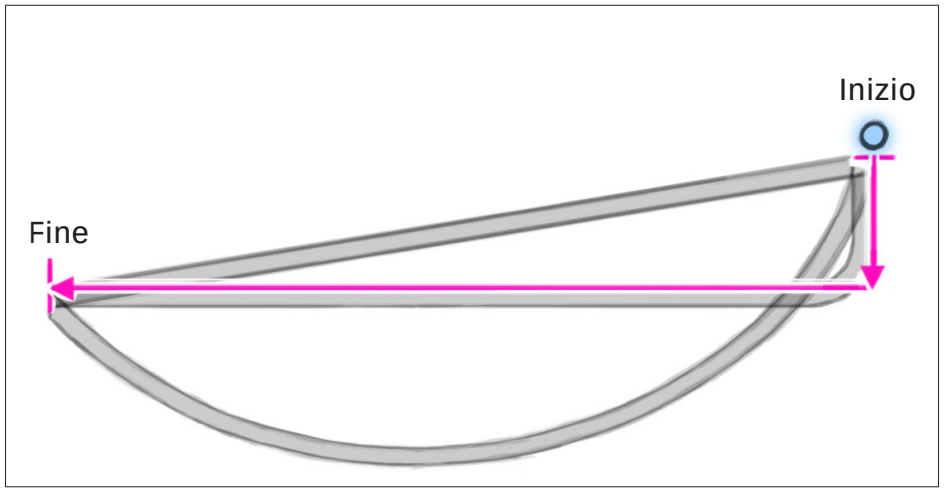
- *Posate le biglie d'acciaio in cima alle piste, nella posizione di partenza sopra la staffa fissata magneticamente.*
- *La staffa serve a far partire simultaneamente le sfere.*
- *Quale biglia arriva per prima e quale per ultima?*

Vuole saperne di più?

Ideazione e progetto: Technorama
"Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd"; Nr. 10071

La via più veloce non è sempre la più breve

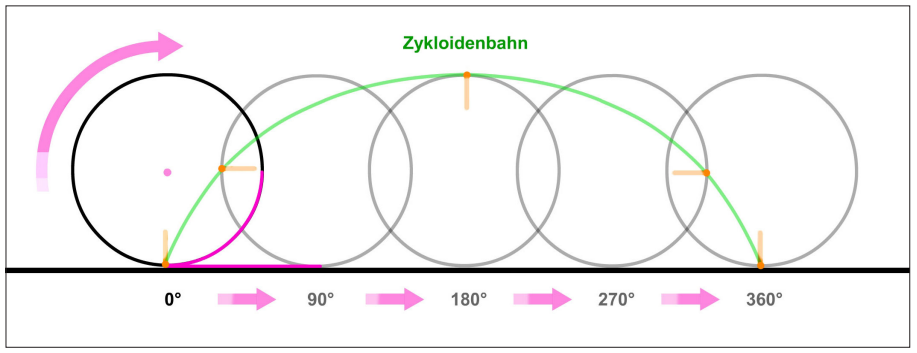
Vuole saperne di più?



I tre percorsi che vanno dall`inizio alla fine hanno la stessa **distanza orizzontale** e la stessa **altezza.** Naturalmente il percorso rettilineo è il più breve, ma non quello che verrà percorso più velocemente!

Nel 1696 Johann Bernoulli pubblicò un problema matematico: quale forma di percorso rappresenta il collegamento più veloce tra due punti su cui scende senza attrito un punto massa per effetto della forza di gravità? Occorre considerare che il punto di arrivo è in posizione più bassa di quello di partenza ma non è sulla sua perpendicolare. Egli lo chiamò il problema della „brachistocrona“ (dal gr Brachistos = „il più breve“ e chronos = „tempo“).

I migliori matematici del suo tempo, fra i quali anche suo fratello rivale Jakob Bernoulli, trovarono la soluzione arrivandovi per vie diverse: la sfera si muove sulla via più veloce quando rotola su una pista incurvata verso il basso, più precisamente con il profilo di una cosiddetta „cicloide“ (dal greco kyklos = „cerchio“).



La forma di una **cicloide** si ottiene seguendo lo spostamento di un punto di una circonferenza, se quest‘ultima rotola su una retta.

Solo in seguito Leonard Euler sarebbe riuscito a dimostrare la soluzione del problema della brachistocrona, fornendo quello che oggi viene spesso considerato il primo esempio di calcolo delle variazioni. La cicloide viene chiamata brachistocrona a causa di questa sua proprietà; a causa di altre caratteristiche viene chiamata anche „tautocrona“.

Provate anche gli esperimenti «Lo stesso tempo di percorrenza» («Gleiche Laufzeit») e «Il palio delle biglie» («Kugelwettlauf»).

Che cosa fare:

Ideazione e progetto: Technorama
“Der kürzeste Weg ist nicht immer der schnellste_DEFI.indd”; Nr. 10071